

**UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID**  
**ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA**



**Modelo de neumático no paramétrico basado  
en redes neuronales para condiciones de  
esfuerzos combinados**

**PROYECTO FIN DE CARRERA**

**Ingeniería Técnica Industrial: Mecánica**

**SEPTIEMBRE 2010**

**Autora: Dña. Lorena Hernández Peñafiel**

**Tutora: Dra. María Jesús López Boada**

## ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>12</b>
1.1 Objetivo del Proyecto .....	13
1.2 Estructura del Proyecto.....	14
 <b>CAPÍTULO 2: NEUMÁTICOS.....</b>	 <b>15</b>
2.1 Introducción .....	15
2.1.1 Componentes principales .....	16
2.1.2 Tipo de cubiertas .....	17
2.2 Factores que influyen en el comportamiento de los neumáticos .....	18
2.2.1 Deslizamiento.....	19
2.2.1.1 Relación entre deslizamiento y fuerzas longitudinales ...	22
2.2.2 Ángulo de Deriva .....	23
2.2.2.1 Relación entre deslizamiento y fuerzas laterales .....	24
2.2.3 Carga vertical .....	26
2.2.3.1 Fuerzas Longitudinales .....	26
2.2.3.2 Fuerzas Laterales.....	26
2.2.4 Acciones Combinadas.....	28
 <b>CAPÍTULO 3: MODELOS DE NEUMÁTICOS .....</b>	 <b>31</b>
3.1 Introducción .....	31

3.2 Modelo de Pacejka .....	33
3.3 Modelo de Redes Neuronales .....	37
<b>CAPÍTULO 4: REDES NEURONALES ARTIFICIALES .....</b>	<b>39</b>
4.1 Introducción .....	39
4.2 Definición de Red Neuronal Artificial .....	40
4.3 Elementos básicos que componen una red neuronal .....	41
4.3.1 Función de entrada .....	42
4.3.2 Función de activación .....	42
4.3.3 Función de salida .....	45
4.4 Modos de operación .....	45
4.5 Operaciones de capa .....	46
4.6 Otras consideraciones .....	46
4.7 Mecanismos de aprendizaje .....	47
4.7.1 Aprendizaje supervisado .....	48
4.7.2 Aprendizaje no supervisado .....	49
4.7.3 Aprendizaje por refuerzo .....	50
4.7.4 Aprendizaje online y offline .....	50
<b>CAPÍTULO 5: ALGORITMO DE APRENDIZAJE: BACKPROPAGATION .....</b>	<b>52</b>
5.1 Introducción .....	52
5.2 Regla de aprendizaje .....	53
<b>CAPÍTULO 6: ENTRENAMIENTO DE RED, VALIDACIÓN Y RESULTADOS....</b>	<b>62</b>
6.1 Introducción .....	62
6.2 Tipología de Red .....	62
6.3 Datos de partida .....	64
6.3.1 Introducción .....	64
6.3.2 Selección de patrones de aprendizaje y validación .....	66
6.3.2.1 Fuerza longitudinal .....	66

6.3.2.2 Fuerza lateral .....	69
6.3.2.3 Momento autoalineante .....	72
6.4 Entrenamiento de red .....	75
6.4.1 Introducción .....	75
6.4.1.1. Función de activación.....	75
6.4.1.2. Factor de aprendizaje.....	75
6.4.1.3. Error de aprendizaje de la red.....	76
6.4.1.4. Error de validación de la red .....	77
6.4.2 Entrenamiento de redes para la fuerza longitudinal .....	77
6.4.2.1 Red 3_5_1.....	77
6.4.2.2 Red 3_10_1.....	79
6.4.2.3 Red 3_15_1.....	80
6.4.2.4 Red 3_20_1.....	81
6.4.3 Entrenamiento de redes para la fuerza lateral.....	82
6.4.3.1 Red 3_5_1.....	82
6.4.3.2 Red 3_10_1.....	83
6.4.3.3 Red 3_15_1.....	84
6.4.3.4 Red 3_20_1.....	85
6.4.4 Entrenamiento de redes para el momento autoalineante .....	86
6.4.4.1 Red 3_5_1.....	86
6.4.4.2 Red 3_10_1.....	87
6.4.4.3 Red 3_15_1.....	88
6.4.4.4 Red 3_20_1.....	89
6.5 Validación del modelo.....	90
6.5.1 Datos de validación para la fuerza longitudinal .....	90
6.5.2 Datos de validación para la fuerza lateral.....	96
6.5.3 Datos de validación para el momento autoalineante .....	101

## **CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS ..... 110**

7.1 Conclusiones.....	110
-----------------------	-----

7.2 Trabajos futuros.....	111
---------------------------	-----

<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>113</b>
--	------------

<b>ANEXO 1: SIMULADOR SNNS.....</b>	<b>115</b>
-------------------------------------	------------

A.1 Introducción: Simulador SNNS.....	115
---------------------------------------	-----

A.2 La interfaz gráfica de usuario (XGUI) .....	116
---	-----

A.2.1 Opción "File" .....	117
---------------------------	-----

A.2.2 Opción "Bignet" .....	118
-----------------------------	-----

A.2.3 Opción "Info" .....	119
---------------------------	-----

A.2.4 Opción "Control".....	119
-----------------------------	-----

A.2.5.Opción "Graph" .....	120
----------------------------	-----

A.2.6 Opción "Analyzer".....	121
------------------------------	-----

## ÍNDICE DE FIGURAS

### CAPÍTULO 2: ESFUERZOS EN NEUMÁTICOS

<i>Figura 2.1: Partes del neumático.....</i>	<i>16</i>
<i>Figura 2.2: Tipos básicos de neumáticos .....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 2.3: Neumático sometido a esfuerzos normal y longitudinal de tracción.....</i>	<i>20</i>
<i>Figura 2.4: Neumático sometido a esfuerzos normal y longitudinal de frenado .....</i>	<i>21</i>
<i>Figura 2.5: Curva típica fuerza de tracción – deslizamiento; <math>\alpha=0^0</math> .....</i>	<i>22</i>
<i>Figura 2.6: Curva típica fuerza de frenada – deslizamiento; <math>\alpha=0^0</math> .....</i>	<i>23</i>
<i>Figura 2.7: Deformación de la huella y generación de fuerzas laterales y momentos en el neumático .....</i>	<i>24</i>
<i>Figura 2.8: Fuerza lateral frente a ángulo de deriva .....</i>	<i>25</i>
<i>Figura 2.9: Influencia de la carga vertical en el neumático.....</i>	<i>26</i>
<i>Figura 2.10. Fuerza lateral frente a ángulo de deriva para distintas cargas .....</i>	<i>27</i>
<i>Figura 2.11: Fuerza lateral frente a cargas .....</i>	<i>28</i>
<i>Figura 2.12: Fuerza de frenada y tracción frente a deslizamiento y ángulo de deriva...29</i>	
<i>Figura 2.13: Fuerza lateral frente a deslizamiento y ángulo de deriva .....</i>	<i>29</i>
<i>Figura 2.14: Efecto del deslizamiento y ángulo de deriva sobre la fuerza lateral .....</i>	<i>30</i>
<i>Figura 2.15: Efecto del deslizamiento y ángulo de deriva sobre la fuerza longitudinal: a) Esfuerzos longitudinales de tracción y b) Esfuerzos longitudinales de frenado .....</i>	<i>30</i>

### **CAPÍTULO 3: MODELOS NEUMÁTICOS**

*Figura 3.1: Sistema de ejes recomendado por SAE (SAE 1976) ..... 32*

*Figura 3.2: Comparativa entre datos medidos y estimados por el modelo de Pacejka: a) Fuerza longitudinal frente a deslizamiento, b) Fuerza lateral frente a ángulo de deriva y c) Momento autoalineante frente a ángulo de deriva ..... 35*

### **CAPÍTULO 4: REDES NEURONALES ARTIFICIALES**

*Figura 4.1: Modelo de neurona biológica..... 40*

*Figura 4.2: Red neuronal completamente conectada ..... 41*

*Figura 4.3: Función de activación tipo lineal ..... 43*

*Figura 4.4: Función de activación tipo signo ..... 43*

*Figura 4.5: Función de activación tipo escalón..... 44*

*Figura 4.6: Función de activación logística..... 44*

*Figura 4.7: Función de activación tangente hiperbólica ..... 45*

### **CAPÍTULO 5: ALGORITMO DE BACKPROPAGATION**

*Figura 5.1: Estructura de red ..... 57*

*Figura 5.2. Componentes de una neurona ..... 58*

*Figura 5.3: Reparto de pesos en la primera capa de neuronas ..... 58*

*Figura 5 4: Reparto de pesos en la segunda capa de neuronas ..... 59*

*Figura 5.5: Señal de salida..... 59*

*Figura 5.6: diferencia entre la salida obtenida y la salida deseada ..... 59*

*Figura 5.7: Propagación del error en la capa intermedia..... 60*

*Figura 5.8: Propagación del error en la primera capa de la red..... 60*

<i>Figura 5.9: Modificación de los pesos de la neurona .....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 5.10: Propagación del error por la red .....</i>	<i>61</i>
<i>Figura 5.11: Propagación del error hasta la capa de salida.....</i>	<i>61</i>

## **CAPÍTULO 6: ENTRENAMIENTO DE RED, VALIDACIÓN Y RESULTADOS**

<i>Figura 6.1: Red 3_5_1.....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 6.2: Red 3_10_1.....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 6.1: Red 3_15_1.....</i>	<i>63</i>
<i>Figura 6.4: Red 3_20_1.....</i>	<i>63</i>
<i>Figuras 6.5: Patrón de tres entradas y una salida: a) Fuerza longitudinal, b) Fuerza lateral y c) Momento autoalineante.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 6.6: Patrón de tres entradas y una salida con los valores acotados entre -1 y 1: a) Fuerza longitudinal, b) Fuerza lateral y c) Momento autoalineante.....</i>	<i>65</i>
<i>Figura 6.7: Fuerza longitudinal vs deslizamiento para distintas cargas normales .....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 6.8: Fuerza longitudinal vs deslizamiento para distintos deslizamientos .....</i>	<i>67</i>
<i>Figura 6.9: Fuerza longitudinal frente a deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 6000 N .....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 6.10: Fuerza longitudinal frente a deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 4000 N .....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 6.11: Fuerza longitudinal frente a deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 2000 N .....</i>	<i>68</i>
<i>Figura 6.12: Fuerza lateral Vs deslizamiento para distintas cargas normales.....</i>	<i>69</i>
<i>Figura 6.13: Fuerza lateral para distintos ángulos de deriva .....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 6.14: Fuerza lateral para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 6000 N.....</i>	<i>70</i>
<i>Figura 6.15: Fuerza lateral para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 4000 N.....</i>	<i>71</i>



<i>Figura 6.16: Fuerza transversal para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 2000 N .....</i>	<i>71</i>
<i>Figura 6.17: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintas cargas.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 6.18: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintos ángulos de deriva .....</i>	<i>73</i>
<i>Figura 6.19: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 6000 N .....</i>	<i>73</i>
<i>Figura 6.20: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 4000 N .....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 6.21: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 2000 N .....</i>	<i>74</i>
<i>Figura 6.22: Evolución de error SSE frente a distintos factores de aprendizaje .....</i>	<i>75</i>
<i>Figura 6.23: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3_5_1 .....</i>	<i>78</i>
<i>Figura 6.24: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3_10_1 .....</i>	<i>79</i>
<i>Figura 6.25: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3_15_1.....</i>	<i>80</i>
<i>Figura 6.26: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3_20_1 .....</i>	<i>81</i>
<i>Figura 6.27: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3_5_1 .....</i>	<i>82</i>
<i>Figura 6.28: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3_10_1 .....</i>	<i>83</i>
<i>Figura 6.29: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3_15_1 .....</i>	<i>84</i>
<i>Figura 6.30: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3_20_1 .....</i>	<i>85</i>
<i>Figura 6.31: Evolución del error SSE del momento autoalineante para red 3_5_1.....</i>	<i>86</i>
<i>Figura 6.32: Evolución del error SSE del momento autoalineante para red 3_10_1....</i>	<i>87</i>
<i>Figura 6.33: Evolución del error SSE del momento autoalineante para red 3_15_1....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 6.34: Evolución del error SSE del momento autoalineante para red 3_20_1.....</i>	<i>89</i>
<i>Figura 6.35: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 6000 N .....</i>	<i>92</i>
<i>Figura 6.36: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 4000 N .....</i>	<i>94</i>

<i>Figura 6.37: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 2000 N .....</i>	<i>96</i>
<i>Figura 6.38: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 6000 N.....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 6.39: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 4000 N.....</i>	<i>99</i>
<i>Figura 6.40: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 2000 N.....</i>	<i>101</i>
<i>Figura 6.41: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de -0,171 rad.....</i>	<i>103</i>
<i>Figura 6.42: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de -0,083 rad.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 6.43: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de -0,031 rad.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 6.44: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de 0,037 rad.....</i>	<i>107</i>
<i>Figura 6.45: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de 0,001 rad.....</i>	<i>108</i>

## ÍNDICE DE TABLAS

### **CAPÍTULO 6: ENTRENAMIENTO DE RED, VALIDACIÓN Y RESULTADOS**

<i>Tabla 6.1: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3_5_1.....</i>	<i>77</i>
<i>Tabla 6.2: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3_10_1.....</i>	<i>79</i>
<i>Tabla 6.3: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3_15_1.....</i>	<i>80</i>
<i>Tabla 6.4: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3_20_1.....</i>	<i>81</i>
<i>Tabla 6.5: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3_5_1.....</i>	<i>82</i>
<i>Tabla 6.6: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3_10_1.....</i>	<i>83</i>
<i>Tabla 6.7: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3_15_1.....</i>	<i>84</i>
<i>Tabla 6.8: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3_20_1 .....</i>	<i>85</i>
<i>Tabla 6.9: Evolución del error SSE del momento autoalineeate para red 3_5_1.....</i>	<i>86</i>
<i>Tabla 6.10: Evolución del error SSE del momento autoalineeate para red 3_10_1.....</i>	<i>87</i>
<i>Tabla 6.11: Evolución del error SSE del momento autoalineeate para red 3_15_1.....</i>	<i>88</i>
<i>Tabla 6.12: Evolución del error SSE del momento autoalineeate para red 3_20_1.....</i>	<i>89</i>
<i>Tabla 6.13: Comparativa del entrenamiento para Fx .....</i>	<i>90</i>
<i>Tabla 6.14: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 6000 N .....</i>	<i>91</i>
<i>Tabla 6.15: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 4000 N .....</i>	<i>93</i>

<i>Tabla 6.16: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 2000 N .....</i>	<i>95</i>
<i>Tabla 6.17: Comparativa del entrenamiento para <math>F_y</math> .....</i>	<i>97</i>
<i>Tabla 6.18: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 6000 N.....</i>	<i>97</i>
<i>Tabla 6.19: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 4000 N.....</i>	<i>98</i>
<i>Tabla 6.20: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 2000 N.....</i>	<i>100</i>
<i>Tabla 6.21: Comparativa del entrenamiento para <math>M_z</math> .....</i>	<i>101</i>
<i>Tabla 6.22: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de <math>-0,171</math> rad.....</i>	<i>102</i>
<i>Tabla 6.23: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de <math>-0,083</math> rad .....</i>	<i>104</i>
<i>Tabla 6.24: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de <math>-0,031</math> rad .....</i>	<i>105</i>
<i>Tabla 6.25: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de <math>0,037</math> rad .....</i>	<i>107</i>
<i>Tabla 6.26: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de <math>0,001</math> rad .....</i>	<i>108</i>

## CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

El comportamiento dinámico de los vehículos automóviles es sumamente complejo debido a la gran cantidad de variables involucradas, al acoplamiento de las mismas, a las importantes no-linealidades y fundamentalmente al factor humano. Para su estudio suelen utilizarse modelos basados en diferentes aproximaciones que intentan predecir el comportamiento de las distintas partes del vehículo de la manera más realista posible de acuerdo a la extensión del sistema en estudio. La interacción con el suelo, las cargas aerodinámicas y los dispositivos de maniobras y control suelen ser los principales efectos a tener en cuenta en la simulación. Todos estos efectos introducen movimientos importantes en las tres dimensiones produciendo una importante alteración en la respuesta del vehículo respecto a su configuración de partida.

Las fuerzas generadas en el contacto neumático-calzada influyen de manera importante en las características dinámicas del vehículo. Por este motivo, resulta fundamental el desarrollo de modelos de neumáticos precisos para el estudio del comportamiento de un vehículo automóvil.

A lo largo de las últimas décadas ha cobrado gran interés el desarrollo de modelos de neumáticos que permiten modelar y predecir las fuerzas y momentos que se generan en el contacto neumático-calzada a partir de variables de influencia como son: el ángulo de deriva, el índice de deslizamiento, etc. Asimismo, la mayoría de los sistemas de control propuestos para mejorar el comportamiento longitudinal del vehículo durante el frenado y la tracción y mantener la estabilidad lateral requieren modelos de neumático precisos que estimen el estado del vehículo.

Es por este motivo que dependiendo del tipo de aplicación para el que se desarrolla un modelo se seleccionan unas u otras variables de influencia.

Se pueden extraer una serie de rasgos comunes a todos los modelos planteados hasta este momento. Todos ellos comparten una importante base experimental, ya sea en la

propia formulación de las relaciones entre variables o en la obtención de determinados parámetros de expresiones analíticas.

Debido a la cantidad de parámetros y no linealidades presentes en el estudio de la dinámica vehicular, concretamente en el modelaje neumático, surge la necesidad de realizar simulaciones por ordenador que permitan hacer un prototipo del sistema estudiado.

Cuando se habla de prototipo, se tiende a relacionar el concepto con objetos físicos. Sin embargo, también se puede asociar a la simulación. En ella, se crea un prototipo por ordenador que responde a la versión real estudiada sin la necesidad de incurrir en costos y tiempos involucrados en la creación de prototipos físicos.

Se puede crear uno de estos prototipos en el cual se podrá experimentar e interactuar obteniendo así un incremento en el nivel de experiencia y conocimiento sobre el sistema real. Puede también ser utilizado como herramienta para ayudar a comprender mejor el funcionamiento del sistema en particular, aplicado, en este caso, a la dinámica vehicular.

### 1.1 Objetivo del Proyecto

El objetivo principal de este Proyecto Fin de Carrera es analizar y predecir los esfuerzos generados en el neumático, a partir de un modelo no paramétrico basado en redes neuronales artificiales que obtiene los esfuerzos longitudinales, laterales y momento autoalineante que aparecen en el neumático ante la solicitud de acciones combinadas.

Se pretende encontrar el algoritmo adecuado para relacionar los parámetros involucrados; para ello se dispone de una serie de datos de partida con los cuales se procederá de la siguiente forma:

- Análisis de los datos.
- Diseño de las redes neuronales artificiales.
- Construcción de los patrones de aprendizaje necesarios para el entrenamiento de las redes.
- Entrenamiento de las redes neuronales artificiales.
- Validación de los resultados obtenidos.

## 1.2 Estructura del Proyecto

El presente proyecto consta de ocho capítulos siendo el primero de ellos la presente Introducción.

En el capítulo 2 “Esfuerzos en el neumático”, se describen las características de los neumáticos así como los esfuerzos generados en el contacto neumático-calzada.

En el capítulo 3 “Modelos de neumáticos”, se explica el desarrollo de modelos de neumáticos que permiten modelar y predecir las fuerzas y momentos que se generan en el neumático, haciendo una mención especial al modelo de Pacejka.

En el capítulo 4 “Redes neuronales artificiales”, se exponen los conceptos básicos en el análisis mediante redes neuronales artificiales como son los elementos que las componen o los diferentes procesos de aprendizaje.

En el capítulo 5 “Algoritmo de aprendizaje *Backpropagation*”, se exponen las características del aprendizaje por retropropagación de error y se desarrolla la regla de aprendizaje de dicho algoritmo.

En el capítulo 6 “Entrenamiento de red, validación y resultados” se analizan los datos trabajados con el programa de redes neuronales empelado. (*SNNS - Stuttgart Neural Network Simulator*). Además se exponen los resultados alcanzados.

En el capítulo 7 “Conclusiones y desarrollos futuros”, se presentan las principales conclusiones obtenidas durante la realización del presente Proyecto Fin de Carrera y las posibles líneas de investigación que amplíen el desarrollo de este proyecto.

El último capítulo está dedicado al conjunto de referencias bibliográficas empleadas.

Se incorpora al final del proyecto, “Anexo A”, un guía donde se realiza una breve explicación de las herramientas empleadas del software SNNS.

## CAPÍTULO 2: NEUMÁTICOS

### 2.1 Introducción

La totalidad de los vehículos utilizan ruedas neumáticas, cuyos cuatro elementos fundamentales son: llanta, cubierta, cámara (puede estar incluida en la cubierta) y aire a una cierta presión, para proporcionar la rigidez necesaria al conjunto.

Los neumáticos son de gran importancia en el estudio dinámico del vehículo ya que la mayoría de las fuerzas exteriores que actúan sobre el vehículo son aplicadas a través de ellos [1]. Sus funciones básicas son:

- Soportar y transmitir al terreno la carga vertical.
- Desarrollar los esfuerzos longitudinales necesarios para la tracción y frenado.
- Proporcionar los esfuerzos laterales precisos para lograr el control y estabilidad de la trayectoria.
- Actuar como amortiguación de las acciones dinámicas originadas por las irregularidades de la pista.

Para estudiar el comportamiento dinámico de un vehículo, es necesario un conocimiento del comportamiento de los neumáticos y de las relaciones entre las condiciones operativas y las fuerzas y momentos que actúan sobre ellos.

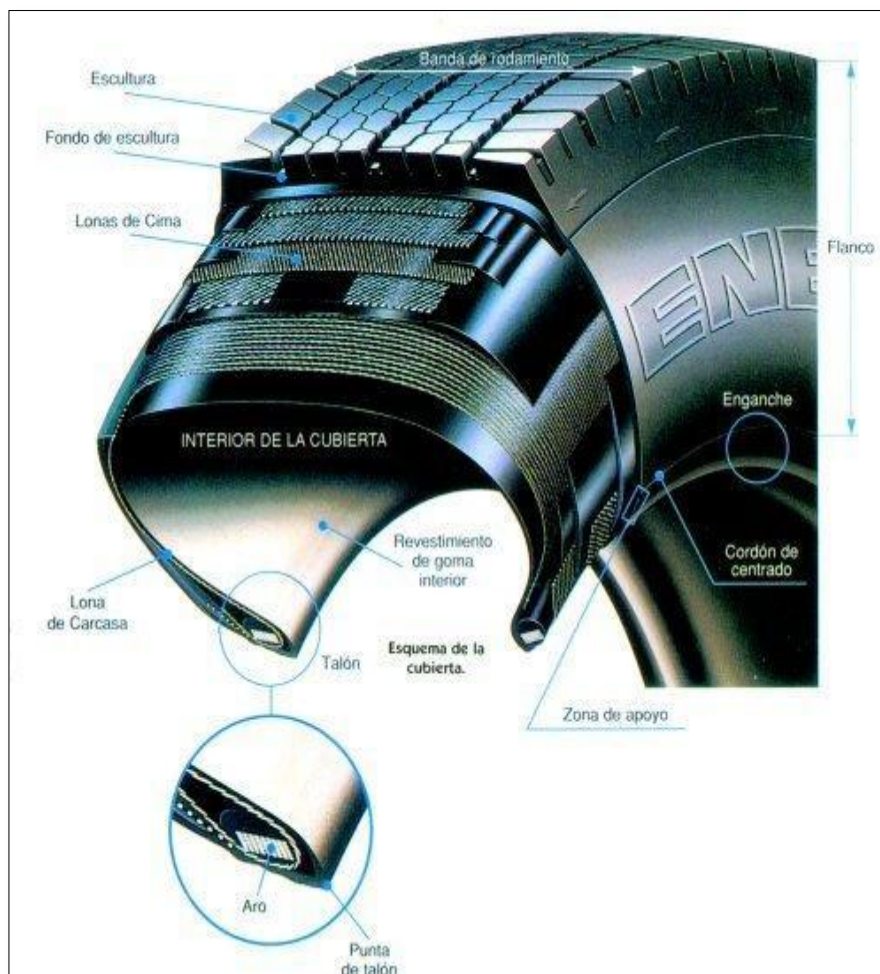
El neumático puede considerarse un sistema no lineal de gran complejidad. Los modelos desarrollados cumplen con el objetivo de proporcionar un medio de comprensión de los fenómenos asociados a la respuesta de los neumáticos en



diferentes situaciones, mientras que los ensayos en laboratorio y en pista, permiten determinar los parámetros suficientes para caracterizar cada neumático en particular.

### 2.1.1 Componentes principales

La cubierta puede describirse como un cuerpo flexible, de forma tórica, cuyo elemento principal es la carcasa. Ésta contiene tejido de alta resistencia a la tracción, formando lonas, que se fijan a dos aros de cables de acero que proporcionan un firme acoplamiento a los correspondientes asientos de la llanta. Su forma y partes fundamentales se indican en la figura 2.1.



*Figura 2.1: Partes del neumático*

Con los diferentes componentes y su disposición se pretende:

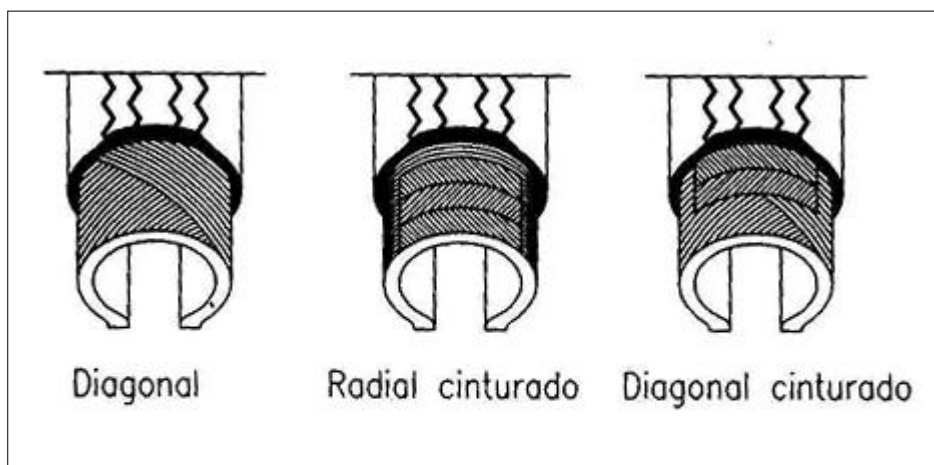
- Que el neumático cuente con unos elementos relativamente inextensibles para su adecuado anclaje a la llanta.

- Una rigidez decreciente hacia la línea media de los costados, para lograr estabilidad lateral y una cierta flexibilidad.
- Flexibilidad y pequeño espesor de los costados, logrando la deformabilidad necesaria para actuar como elemento elástico-amortiguador y al mismo tiempo una reducida generación de calor.
- Una banda de rodamiento capaz de proporcionar una buena adherencia y soportar las condiciones de trabajo a que es sometida.

### 2.1.2 Tipos de cubiertas

Existen tres tipos básicos de neumáticos según su estructura (figura 2.2), éstos son:

- Diagonal o convencional.
- Radial o cinturado.
- Diagonal cinturado.



*Figura 2.2: Tipos básicos de neumáticos*

#### Neumáticos diagonales

En la estructura de los neumáticos diagonales, los cordones o cables de las diferentes lonas, bajo la banda de rodamiento, se superponen formando figuras rómbicas. Al trabajar bajo carga, se deforman los elementos rómbicos y el caucho que los tiene embebidos, provocando calentamientos y microdeslizamientos entre banda de rodamiento y pista, lo que constituye una de las principales causas del desgaste y resistencia a la rodadura.

## Neumáticos radiales

La carcasa está formada por una o más lonas cuyos cables se orientan radialmente entre los talones y, por tanto, con ángulo de cordones igual a  $90^0$ . Esta estructura es estabilizada por un cinturón de ancho algo inferior al del neumático, que se sitúa entre la carcasa y la banda de rodamiento.

Esta disposición hace necesario un menor número de lonas en la carcasa que en un neumático convencional equivalente, consiguiéndose flancos más flexibles. La banda de rodamiento está dotada de mayor rigidez, lo que hace disminuir sus deformaciones en recta y curvas, aumentando la superficie de contacto con el suelo, que permanece más constante y con una presión más uniforme. Debido a ello, los neumáticos radiales presentan las siguientes ventajas:

- Menor desarrollo de calor y, como consecuencia, menor disipación de energía.
- Menor desgaste y más uniforme.
- Mayor adherencia longitudinal y transversal.
- Mayor rigidez de deriva.

## Neumático diagonal cinturado

Se construye con un cinturón de bajo ángulo de cordones sobre una carcasa convencional. El cinturón confiere gran rigidez a la banda de rodamiento y las propiedades de estos neumáticos pueden considerarse intermedias entre los dos tipos anteriores.

## **2.2 Factores que influyen en el comportamiento de los neumáticos**

Los factores que influyen en el comportamiento de los neumáticos son [2]:

- Tipo de neumático
- Ángulo de caída
- Presión del neumático
- Temperatura del neumático
- Velocidad

- Carga vertical
- Superficie de la carretera

### 2.2.1 Deslizamiento

El deslizamiento se produce cuando la velocidad angular o de giro de la rueda no coincide con la velocidad lineal del coche. Puede darse el deslizamiento tanto por aceleración (al arrancar fuerte sobre una superficie deslizante, las ruedas giran más deprisa de lo que corresponde a la velocidad del coche) como por frenada (al pisar los frenos, si se bloquean las ruedas, giran más despacio de lo que corresponde a la velocidad del coche).

#### Tracción

Si a un neumático que rueda soportando una cierta carga, se aplica un momento tractor ( $M_t$ ), en la zona de contacto se generan, junto a las presiones normales, tensiones tangenciales cuya resultante  $F_x$  produce, respecto al eje de giro de la rueda, un momento igual y contrario a  $M_t$ . Ambas acciones antagónicas, sobre el neumático, provocan la deformación de éste, comprimiéndose la banda de rodadura a la entrada de la zona de contacto, y estirándose a la salida de tal manera que un elemento circunferencial no deformando, de valor  $\Delta l$ , cuando pasa a la zona de contacto habrá reducido su longitud a  $\Delta l (1-\epsilon)$ . Debido a esta deformación, el neumático actúa como si la longitud de la banda de rodadura fuese menor, o lo que es lo mismo, como si su radio fuese más pequeño que el que corresponde a la rodadura libre (sin momento tractor o de frenado). La velocidad del neumático en condiciones de rodadura libre. Esta diferencia de velocidades es considerada como un deslizamiento por deformación, y el valor de dichos deslizamiento se define por (figura 2.3):

$$i = 1 - \frac{V}{\Omega r} = 1 - \frac{r_e}{r} \quad (2.1)$$

donde,

$V$ : Velocidad de translación del eje de la rueda

$\Omega$ : Velocidad angular de la rueda

$r_e$ : Radio efectivo de rodadura del neumático ( $r_e < r$ )

$i$ : Deslizamiento longitudinal

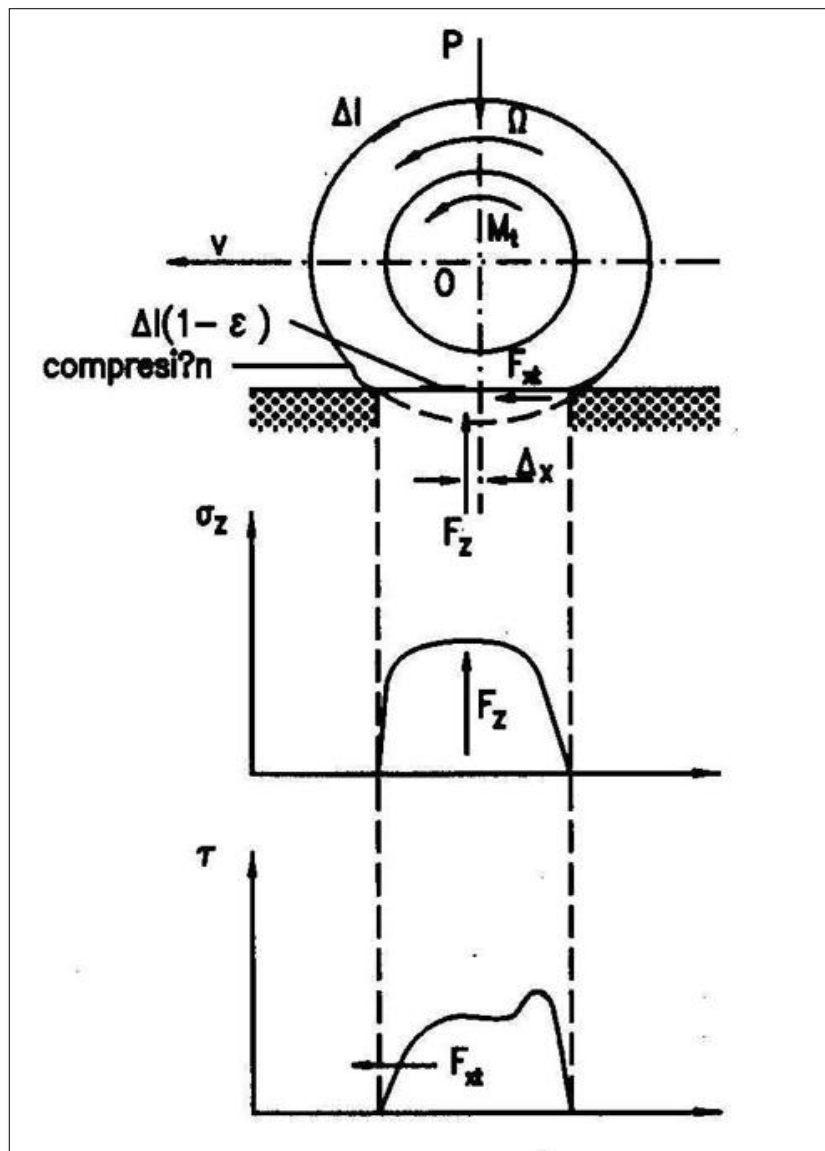


Figura 2.3: Neumático sometido a esfuerzos normal y longitudinal de tracción

### Frenado

Si se aplica a la rueda un par de frenado  $M_f$ , el efecto sobre la banda de rodadura es opuesto al descrito antes, cuando se consideraba aplicado un par de tracción, es decir, se producirá un alargamiento a la entrada de la zona de contacto una deformación por compresión a la salida (figura 2.4).

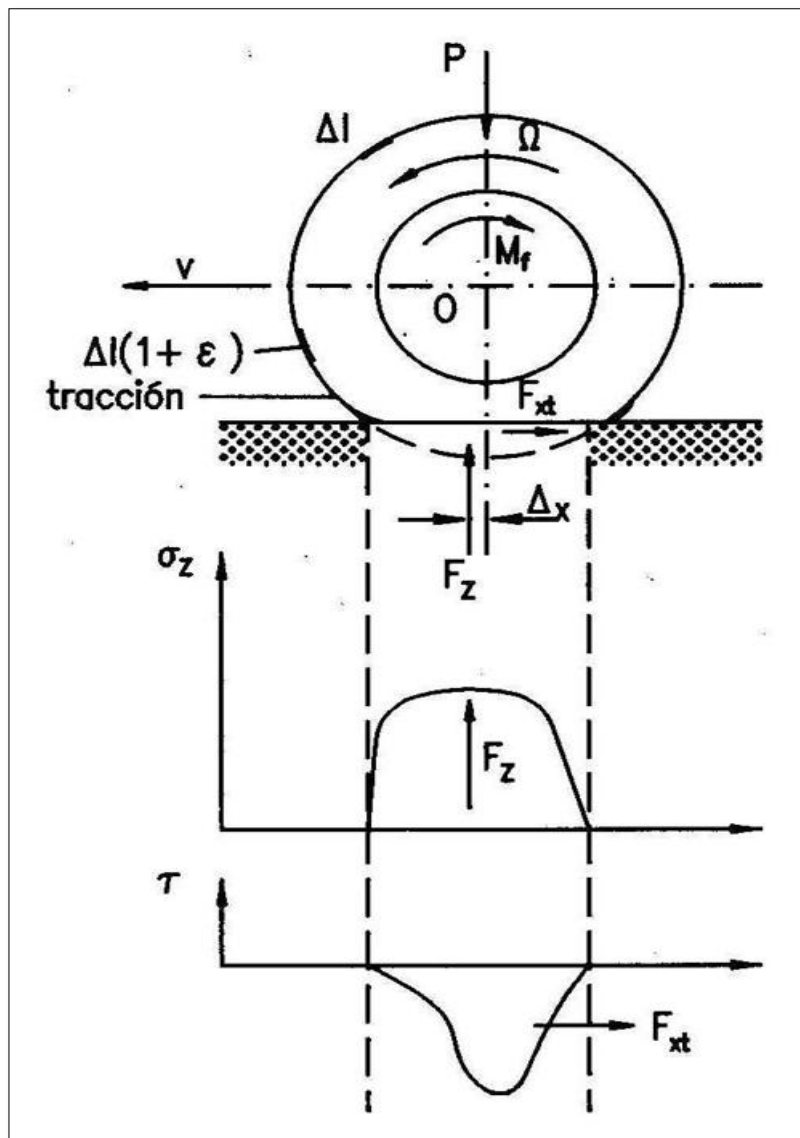


Figura 2.4: Neumático sometido a esfuerzos normal y longitudinal de frenado

En estas condiciones, la rodadura del neumático se produce como si su diámetro fuese mayor que el correspondiente a rodadura libre, bajo la misma carga. La velocidad de desplazamiento del eje de la rueda ( $v$ ), será superior a la correspondiente a rodadura libre ( $r\Omega$ ). Ahora el deslizamiento será  $i$ :

$$i = 1 - \frac{\Omega r}{V} = 1 - \frac{r}{r_e} \quad (2.2)$$

### 2.2.1.1 Relación entre deslizamiento y fuerzas longitudinales

Las fuerzas tractoras y de frenado son función del deslizamiento. A medida que el deslizamiento aumenta desde cero, las fuerzas aumentan rápidamente hasta un máximo que se da normalmente para valores de deslizamiento  $i=10\%$  -  $15\%$ , después de los cuales éste decrece. Antes de alcanzar el máximo, las fuerzas dependen en gran medida de las propiedades elásticas de la banda de rodadura y del cuerpo de la rueda. Después de dicho valor, las fuerzas obedecen a una variedad de factores tales como la composición de la banda de rodadura, textura de la carretera, humedad de la superficie, velocidad, temperatura del neumático, etc.

Las figuras 2.5 y 2.6 son las curvas que se utilizan para representar los deslizamientos para tracción y frenada, en función de la fuerza longitudinal. Los datos corresponden a los de un vehículo de pasajeros con neumáticos de capas cruzadas, sobre asfalto seco y sin ángulo de deriva ( $\alpha=0^\circ$ ). Las fuerzas están normalizadas dividiéndolas por el valor máximo en cada caso. Para el caso de tracción, se puede ver que la fuerza decrece rápidamente después de que patinan.

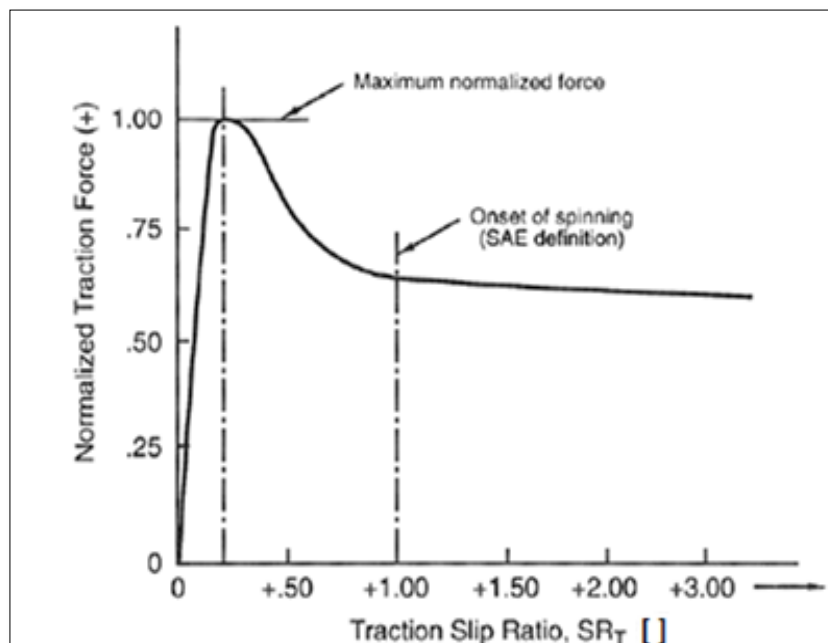


Figura 2.5: Curva típica fuerza de tracción – deslizamiento;  $\alpha=0^\circ$

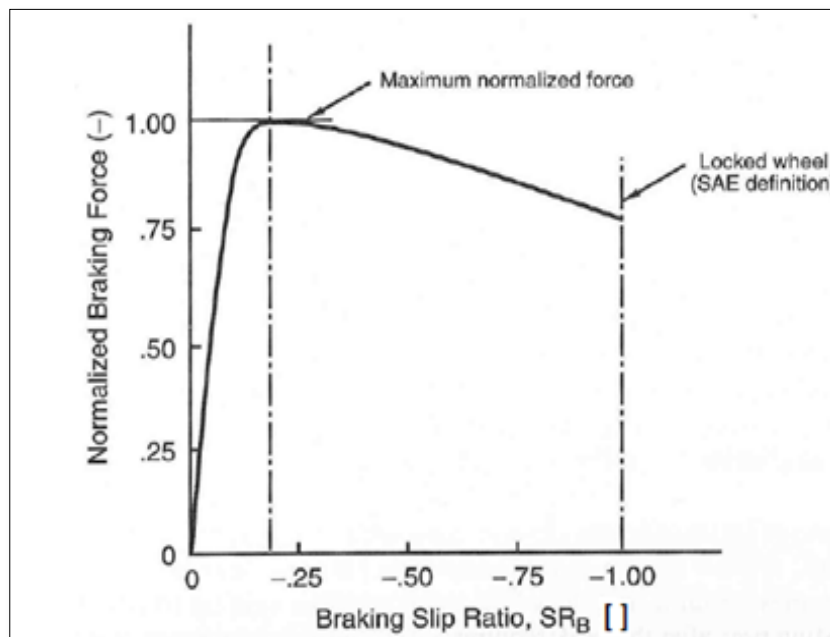


Figura 2.6: Curva típica fuerza de frenada – deslizamiento;  $\alpha=0^0$

Antes del máximo, un aumento del deslizamiento hace aumentar la fuerza longitudinal, que a su vez tiende a amortiguar la velocidad angular. Una vez que se excede el deslizamiento para la fuerza máxima, se entra en una zona inestable y las ruedas tienden a patinar (tracción) o a derrapar (frenado).

### 2.2.2. Ángulo de deriva

Cuando un neumático que gira está sometido a una fuerza lateral, su dirección tiende a desviarse hacia un lado. El ángulo que forman el eje longitudinal de la rueda y su dirección se denomina ángulo de deriva.

Si el neumático gira sometido a una fuerza lateral (manteniendo su plano medio paralelo a la dirección inicial) se puede observar que la huella de la rueda forma un ángulo  $\alpha$  con su plano medio (figura 2.7). Esto ocurre por la siguiente razón: cada punto de la banda de rodadura sin deformar entra en el área de contacto en el punto inicial donde se adhiere a la carretera. A medida que la rueda gira, estos puntos se



mueven hacia atrás y hacia un lateral por la deformación lateral del área de contacto. (Es conveniente pensar en puntos que se mueven a lo largo del área de contacto, mientras que en realidad cada uno está adherido a la carretera a medida que la rueda gira). A medida que un punto se mueve hacia atrás a lo largo del área de contacto, su deformación lateral relativa con el plano de la rueda aumenta hasta que se aproxima al borde trasero del área de contacto. En este punto la carga vertical disminuye, y la fuerza de rozamiento (que puede calcularse usando el coeficiente de fricción  $\mu$ ) no es capaz de mantener la deformación lateral. Así, en el área de contacto, la banda de rodadura se desplaza rápidamente a la posición no-deformada (en el plano central de la rueda) para salir del área de contacto poco después.

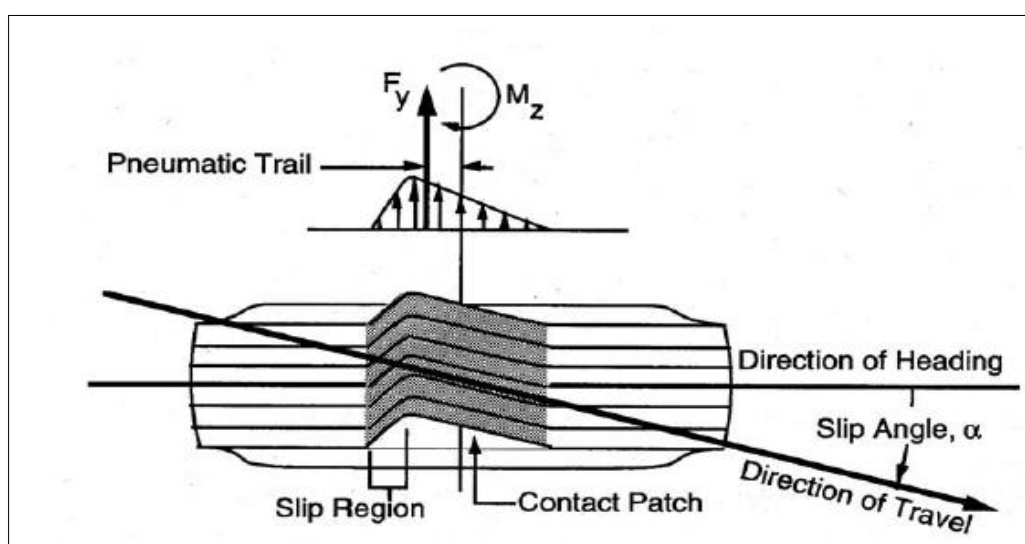


Figura 2.7: Deformación de la huella y generación de fuerzas laterales y momentos en el neumático

### 2.2.2.1. Relación entre fuerza lateral y ángulo de deriva

Cuando la rueda gira, los elementos de la banda de rodadura entran en contacto con la carretera y si la dirección de avance es distinta a la dirección de su eje, las partículas del neumático se alejan y se deforman con respecto a la rueda. Gracias a este proceso, las fuerzas laterales aumentan a medida que los elementos pasan de la parte anterior a la posterior de la rueda; en el momento en el que la fuerza lateral generada sobrepasa la fuerza de rozamiento máxima, ocurre el deslizamiento. Por eso la distribución de las fuerzas laterales a lo largo del área de contacto toma la forma de la figura 2.7.

La integral de estas fuerzas a lo largo del área de contacto, es igual a la fuerza lateral, y su punto de aplicación es el centro de gravedad de la superficie de la distribución de la

figura 2.8. La asimetría de la distribución de fuerzas origina que la fuerza resultante esté aplicada hacia la parte trasera del área de contacto una distancia conocida como avance neumático. Por convención de la SAE, se toma una fuerza lateral  $F_y$  en el centro del área de contacto y se define un momento  $M_z$  igual al producto entre el avance neumático y  $F_y$ . Este momento tenderá a alinear la rueda con la dirección del movimiento y por ello se le conoce como par autoalineante.

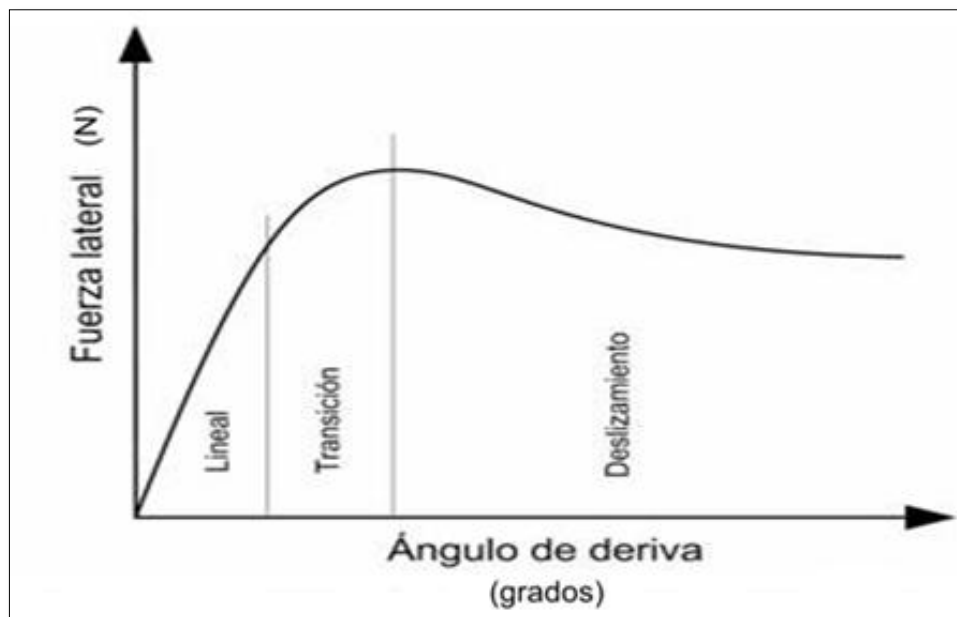


Figura 2.8: Fuerza lateral frente a ángulo de deriva

La fuerza lateral podría entenderse como el resultado del ángulo de deriva, o el ángulo de deriva como el resultado de una fuerza lateral. Por ejemplo:

- Si las ruedas delanteras del vehículo están dirigidas en una dirección distinta a la del movimiento del vehículo, se crea un ángulo de deriva que genera una fuerza lateral, y hace girar el vehículo.
- Cuando una ráfaga de viento golpea lateralmente el coche, la fuerza lateral del viento se contrarresta mediante fuerzas laterales creadas por ángulos de deriva en los neumáticos; estos ángulos de deriva los crea el conductor.
- La fuerza centrífuga generada al circular en curva, se contrarresta mediante cambios en el ángulo de deriva.

En algunos casos fuerzas laterales originan ángulos de deriva y en otras, ángulos de deriva generan fuerzas.

Desde el punto de vista de la rueda, la carretera está empujando el área de contacto lateralmente con un patrón triangular. Si se aumentara la fuerza aplicada, la deformación en el área de contacto y el ángulo de deriva aumentarían también proporcionalmente, siempre y cuando la deformación del área de contacto no produzca un área de deslizamiento demasiado grande.

### 2.2.3. Carga vertical

En el análisis de dinámica vehicular, la carga vertical influye tanto en las fuerzas longitudinales como en las fuerzas laterales que ha de soportar el neumático como se observa en la figura 2.9. A continuación, se describe de qué forma afecta a dichos parámetros.



Figura 2.9: Influencia de la carga vertical en el neumático

#### 2.2.3.1. Fuerzas longitudinales

Si se aumenta la carga vertical se reduce el coeficiente de fricción bajo condiciones tanto de carretera seca como húmeda. Esto ocurre porque el coeficiente de fricción máximo y el coeficiente de fricción de deslizamiento no aumentan proporcionalmente. Normalmente, ambos coeficientes disminuyen en torno a un 1% para un aumento de carga del 10%.

#### 2.2.3.2 Fuerzas laterales

Aunque la fuerza de giro para un ángulo de deriva dado aumenta con la carga vertical, no lo hace proporcionalmente. El efecto de la carga sobre la rigidez de deriva y el coeficiente de deriva puede verse en la figura 2.10. Una de las características de la gráfica “rigidez – carga” es que es cóncava, una propiedad que tiene una importancia significativa en el comportamiento subvirador.

La carga hace disminuir el valor máximo del coeficiente de fricción que puede soportarse en una curva.

Una vez alcanzado el pico de la fuerza lateral la mayor parte del área de contacto está deslizando y la fuerza lateral es el resultado de la fricción entre la rueda y la carretera.

Con los neumáticos se utilizan dos tipos de coeficientes de fricción: coeficiente máximo  $\mu_p$  y coeficiente de deslizamiento  $\mu_s$ . El primero hace referencia al valor máximo que puede tomar el coeficiente de fricción y el segundo al valor que toma cuando el neumático está deslizando. El uso de uno o de otro depende de lo que se esté calculando en cada momento.

Dividiendo la fuerza lateral por la carga vertical se obtiene un parámetro adimensional que ofrece la cantidad de fuerza lateral obtenida por unidad de carga aplicada:

$$\frac{\text{Fuerza lateral}}{\text{Carga en la rueda}} = \text{Coeficiente de la Fuerza lateral} \quad (2.3)$$

Dependiendo de la fuerza lateral y el ángulo de deriva se obtienen curvas como las mostradas en la figura 2.10.

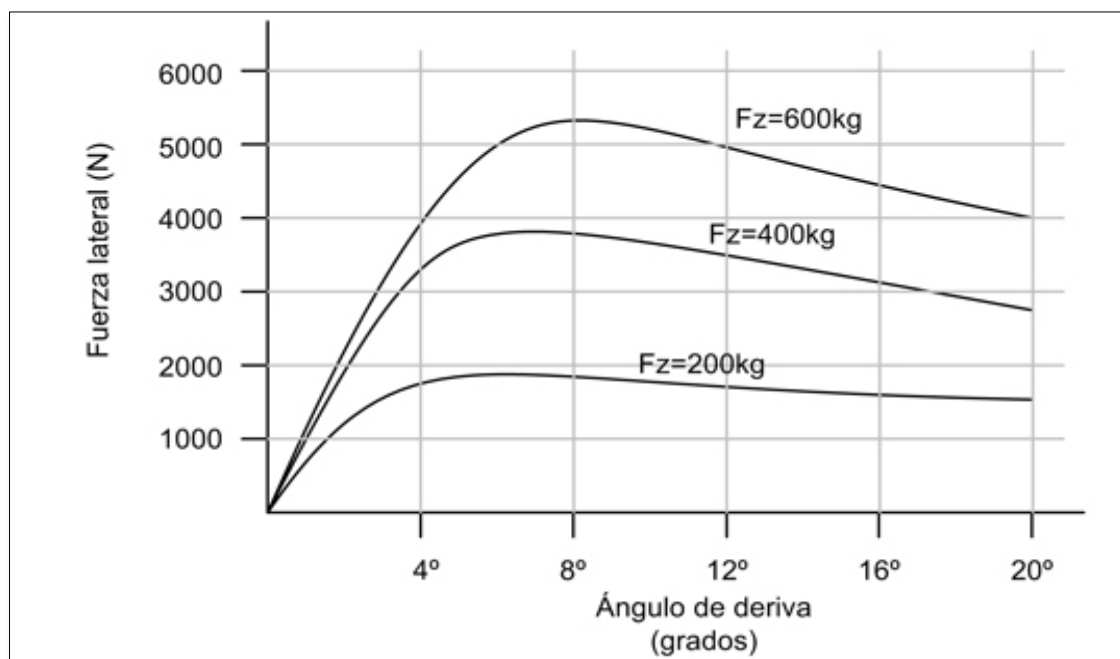


Figura 2.10. Fuerza lateral frente a ángulo de deriva para distintas cargas

En realidad, el valor máximo del coeficiente de la fuerza lateral es normalmente mayor para cargas ligeras, o dicho de otra forma, disminuye a medida que se aumenta la carga. Este efecto se denomina sensibilidad a la carga.

El coeficiente de fuerza lateral es independiente de la velocidad pero puede aumentar si se utilizan cauchos más adherentes y garantizando una apropiada temperatura de trabajo.

La sensibilidad a la carga tiene un mayor efecto sobre la estabilidad de un vehículo en condiciones cercanas al límite. A medida que la carga vertical varía debido a los giros, aceleraciones o frenadas, el rendimiento de los neumáticos cambia constantemente.

La zona de trabajo del neumático y la transición entre estas zonas varía con los parámetros de diseño. Puede ser bastante gradual, extendiéndose sobre grandes rangos de ángulos de deriva.

Los neumáticos que tiene coeficientes más altos se saturarán más rápidamente a medida que la mayoría de la zona de contacto trabaja bajo deformación elástica. En la figura 2.11 puede verse que todas las curvas son no-lineales y que la fuerza lateral se aleja de la linealidad para grandes cargas, disminuyendo su valor.

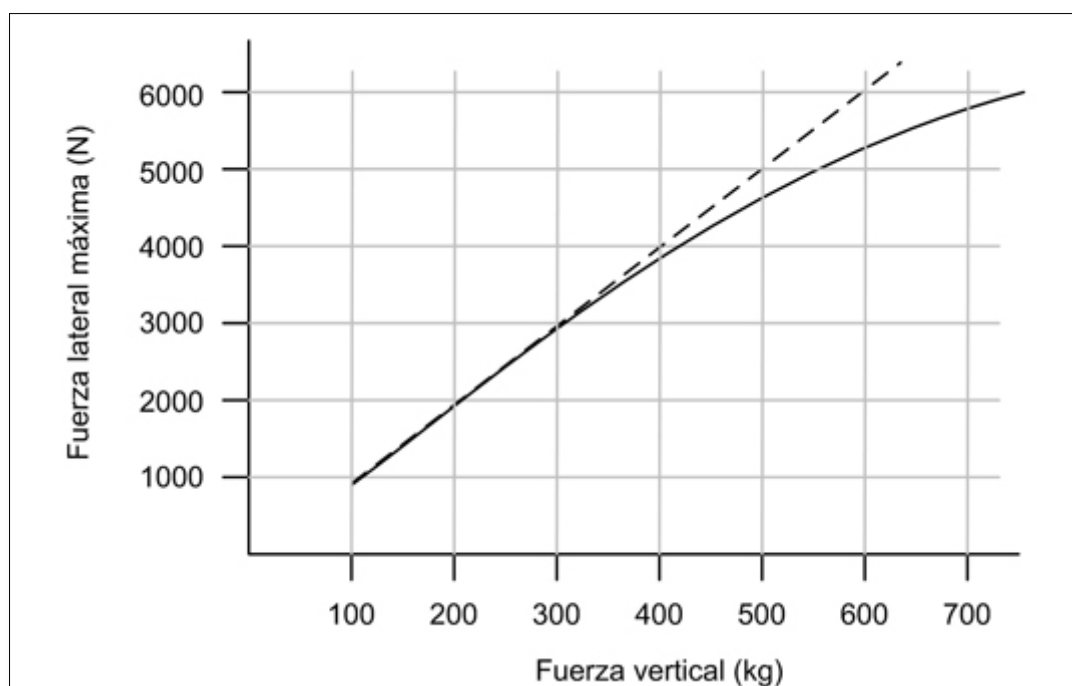


Figura 2.11: Fuerza lateral frente a cargas

### 2.2.4 Acciones combinadas

En la mayoría de los casos analizados, los esfuerzos no se producen por la influencia de exclusivamente uno de los factores descritos, sino que los esfuerzos generados en el

neumático son el resultado de acciones combinadas. En las figuras 2.12, 2.13, 2.14 y 2.15 se muestran distintas formas de representar tanto las fuerzas laterales como las longitudinales en un mismo gráfico, bajo la influencia de distintos parámetros, tales como el índice de deslizamiento y el ángulo de deriva.

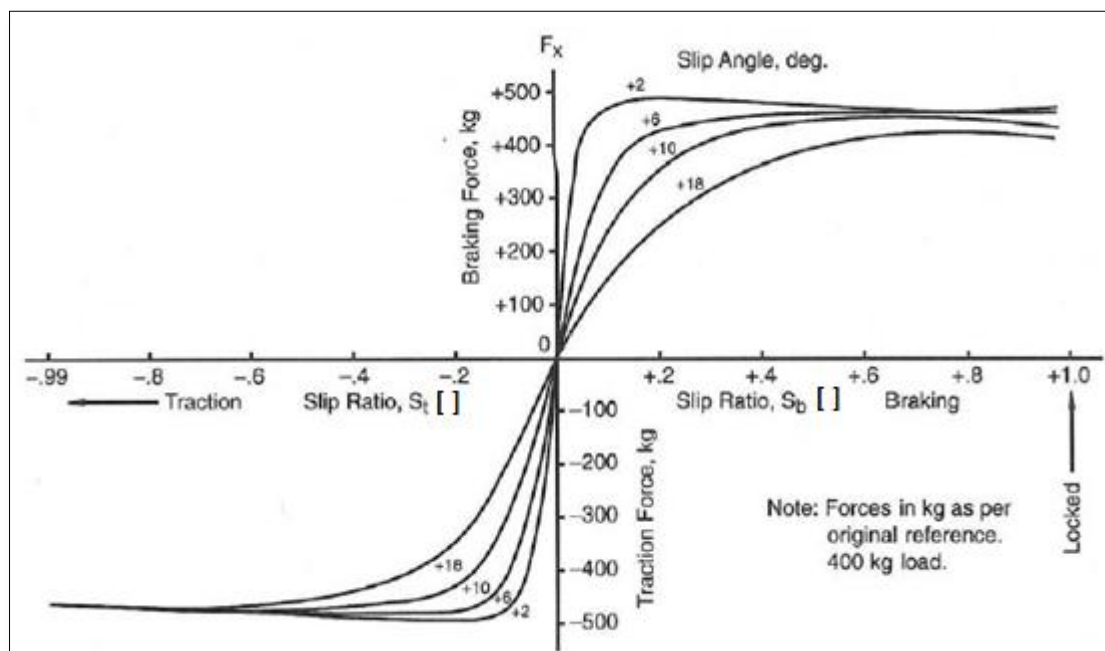


Figura 2.12: Fuerza de frenada y tracción frente a deslizamiento y ángulo de deriva

En la figura 2.12 puede observarse el efecto que produce el ángulo de deriva en la relación entre las fuerzas de tracción/frenada y el deslizamiento. Para alcanzar los máximos de las fuerzas se requiere un mayor deslizamiento a medida que el ángulo de deriva aumenta. El valor de pico es algo menor en condiciones de frenada.

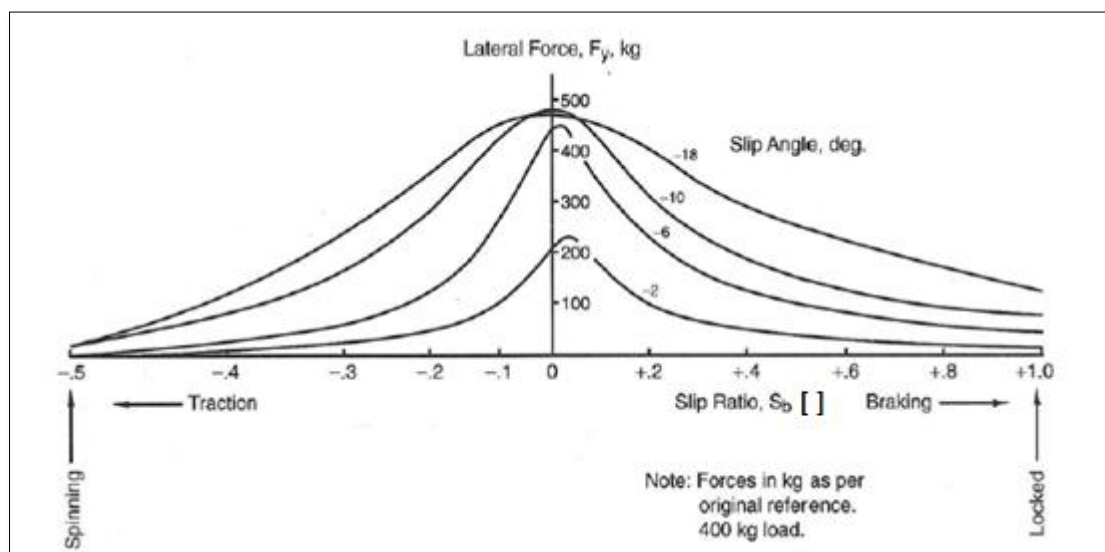


Figura 2.13: Fuerza lateral frente a deslizamiento y ángulo de deriva

La figura 2.13 muestra el efecto del ángulo de deriva en la relación entre la fuerza lateral y el deslizamiento. Puede apreciarse que la fuerza lateral máxima se da para las condiciones de frenada, en un rango de deslizamientos comprendido entre 0,00 y +0,05. Para cualquier valor de deslizamiento las fuerzas laterales aumentan con el ángulo de deriva.

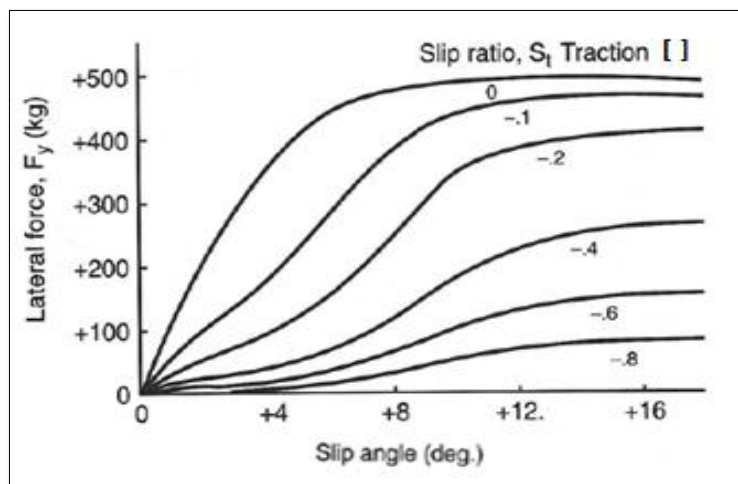
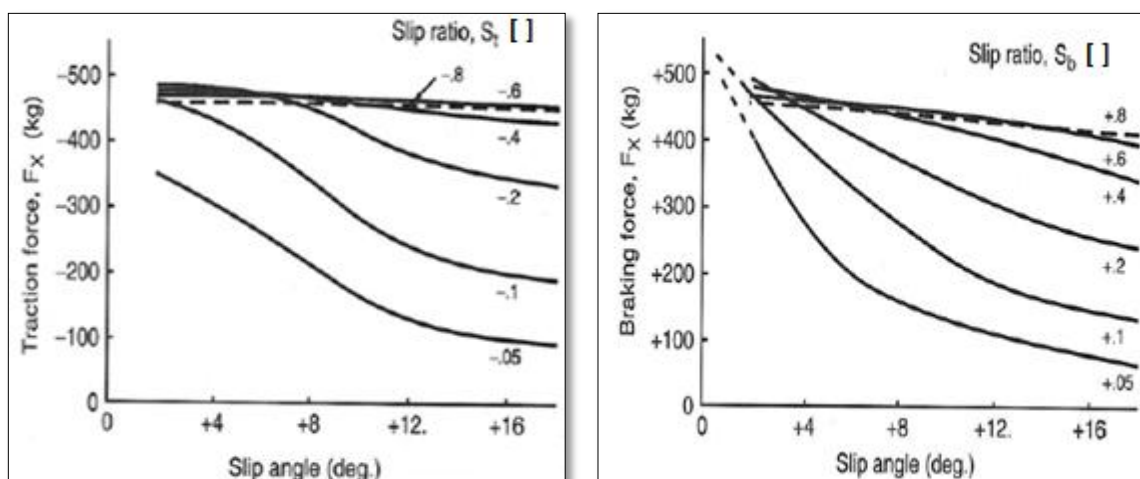


Figura 2.14: Efecto del deslizamiento y ángulo de deriva sobre la fuerza lateral

En la figura 2.14 se representan los mismos parámetros que la figura 2.13 pero expresadas de otra manera; fuerzas laterales frente al ángulo de deriva, con líneas de deslizamiento constante en lugar de líneas de ángulos de deriva constantes. Puede observarse que la pendiente de la curva de las fuerzas laterales cae rápidamente con el aumento del deslizamiento tanto en tracción como en frenada.

La figura 2.15 muestra el efecto del deslizamiento sobre las fuerzas longitudinales (tracción / frenada) para un rango de ángulos de deriva.



a)

b)

*Figura 2.15: Efecto del deslizamiento y ángulo de deriva sobre la fuerza longitudinal:  
a) Esfuerzos longitudinales de tracción y b) Esfuerzos longitudinales de frenado*

## CAPÍTULO 3: MODELOS DE NEUMÁTICOS

### 3.1 Introducción

Las fuerzas generadas en el contacto neumático-calzada influyen de manera importante en el comportamiento dinámico de un vehículo. Todas las fuerzas exteriores que actúan sobre el vehículo, a excepción de las aerodinámicas, son aplicadas a través de los neumáticos.

Las fuerzas generadas bajo diferentes condiciones de conducción dependen de las características de las fuerzas de fricción que aparecen en el contacto neumático-calzada, el movimiento de la carcasa del neumático relativo a la carretera y la carga normal aplicada. El sistema de ejes más comúnmente utilizado para describir las fuerzas que actúan sobre el neumático es el recomendado por SAE *Society of Automotive Engineers* (SAE 1976). La figura 3.1 muestra el sistema de ejes recomendado por SAE y las fuerzas y momentos que actúan en un neumático. El eje longitudinal,  $x$ , coincide con la dirección de movimiento de la rueda, el eje transversal  $y$  es perpendicular a la rueda, y el eje vertical,  $z$ , es perpendicular a los anteriores formando con ellos un sistema ortogonal dextrógiro. Las fuerzas planares longitudinal y transversal,  $F_x$  y  $F_y$ , y el momento autoalineante  $M_z$  son de gran importancia para el estudio del comportamiento dinámico de un vehículo. La fuerza longitudinal,  $F_x$ , es generada durante el frenado o tracción, mientras que la fuerza transversal,  $F_y$ , y el momento autoalineante,  $M_y$ , son generados durante la inscripción en una curva.



El momento autoalineante aparece debido al hecho de que la fuerza transversal que se genera en la huella de contacto no está aplicada en el centro de la rueda sino que actúa en una posición retrasada en la dirección del eje  $x$ . Por otra parte, la resistencia a la rodadura y el momento de vuelco no son de gran interés para el estudio del comportamiento dinámico del vehículo.

A lo largo de las últimas décadas ha cobrado gran interés el desarrollo de modelos de neumáticos que permiten modelar y predecir las fuerzas y momentos que se generan en el neumático. La mayoría de los sistemas de control propuestos para mejorar el comportamiento longitudinal del vehículo durante el frenado o la tracción y mantener la estabilidad lateral requieren modelos de neumáticos precisos que estimen el estado del vehículo [3].

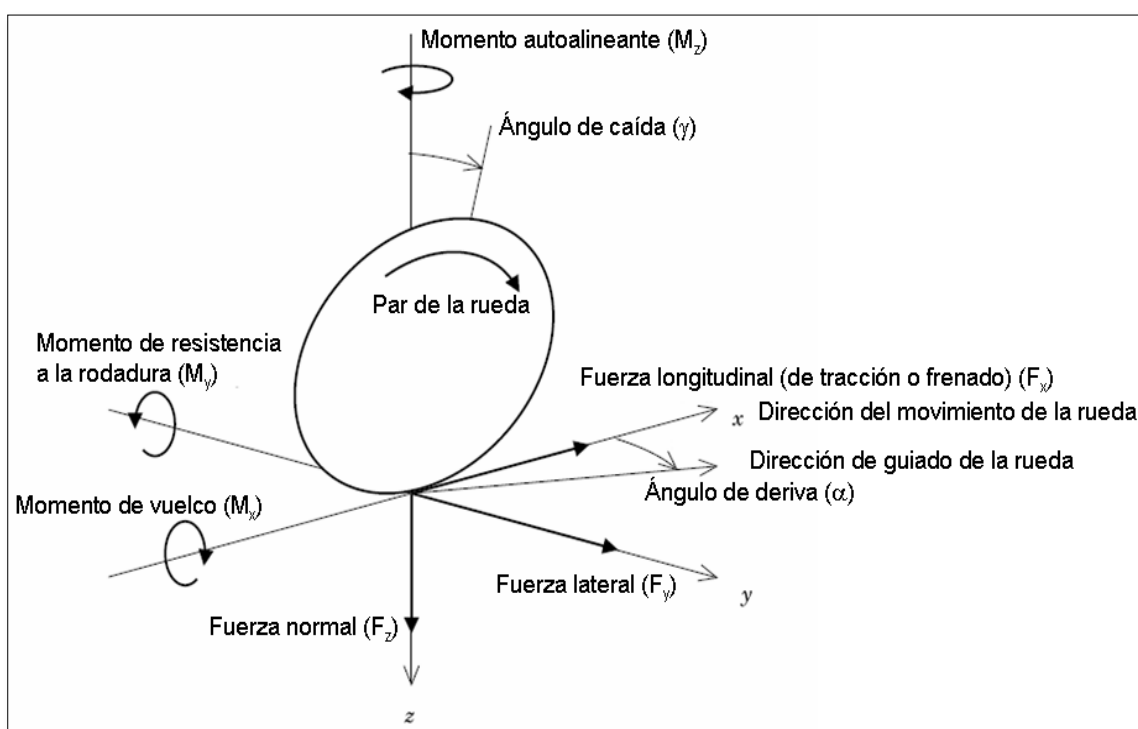


Figura 3.1: Sistema de ejes recomendado por SAE (SAE 1976)

Los modelos de neumáticos pueden dividirse en tres categorías [4].

1. Modelos físicos. Los modelos físicos son contruidos teniendo en cuenta las características estructurales del neumático y las propiedades del material. Estos modelos describen de manera detallada el comportamiento del neumático y generalmente se utilizan para el diseño y el análisis de neumáticos. Estos modelos no son adecuados para simular la dinámica

vehicular donde se requieren tiempos de simulación cortos. Dentro de estos modelos se encuentran los basados en Elementos Finitos. Un inconveniente que presentan es el coste de tiempo tanto computacional como de definición del modelo.

2. Modelos analíticos. Los modelos analíticos calculan las fuerzas generadas en el neumático y predicen sus características elásticas mediante la simplificación de ecuaciones físicas. La mayoría de estos modelos se basan en cuatro factores fundamentales: propiedades friccionales en el contacto neumático-calzada, distribución de presiones normales en la huella de contacto, el comportamiento de la banda de rodadura y el comportamiento de la carcasa/cinturón. Dentro de estos modelos se encuentran el modelo de Dugoff, modelo *Brush*, modelo de Fiala, modelo *Lugre*. El inconveniente de estos modelos es que necesitan resolver ecuaciones diferenciales parciales para conocer el comportamiento del neumático en régimen transitorio lo que resulta una tarea difícil si se quiere incorporar estos modelos en la formulación para el control de un vehículo.
3. Modelos empíricos. Los modelos empíricos describen el comportamiento del neumático mediante tablas o fórmulas matemáticas que no obedecen a un fenómeno físico. Dentro de estos modelos destaca el propuesto por Pacejka o también conocido como *Fórmula Mágica*. Este tipo de modelos permite calcular fuerzas de forma precisa pero sin la necesidad de integrar ecuaciones.

### 3.2 Modelo de Pacejka

El modelo de Pacejka, también conocido como *Fórmula Mágica*, está incluido dentro de los modelos empíricos y es, actualmente, el más utilizado y el que mejor predice el comportamiento real de un neumático. Dicho modelo fue propuesto por Bakker, Nyborg y Pacejka en 1987 y representa mediante expresiones matemáticas el comportamiento que tiene un neumático sometido a ensayos en condiciones estacionarias. Este modelo tiene en cuenta las propiedades anisotrópicas del neumático así como la influencia de la conicidad, el guiado de capas, la caída y la resistencia a la rodadura [4 y 5].

### Modelo para esfuerzos longitudinales y laterales puros

Analizando el comportamiento del neumático durante frenado y circulación en curva los autores propusieron una representación mediante la función especial (ver figura 32):

$$y(x) = D \cdot \sin \left( C \cdot \arctan \cdot \left( B \cdot x - E \left( B \cdot x - \arctan(B \cdot x) \right) \right) \right) \quad (3.1)$$

$$Y(X) = y(x) + S_v \quad (3.2)$$

$$X = x + S_h \quad (3.3)$$

donde  $Y(X)$  representa la fuerza longitudinal ( $F_x$ ), la fuerza lateral ( $F_y$ ) o el momento autoalineante ( $M_z$ ) y  $X$  el deslizamiento longitudinal ( $i$ ) o el ángulo de deriva ( $\alpha$ ).

La ventaja de elegir esta función especial en lugar de funciones polinómicas como en un principio se propuso son:

- Los coeficientes pueden describir propiedades físicas del neumático lo que permite cambiar estas propiedades de una forma simple y controlable.
- Las curvas resultantes son suaves lo que implica que la variación de la pendiente a lo largo de la curva es realista.
- Es posible extrapolar la función más allá del rango ajustado.
- Es fácil de manejar en estudios analíticos.

A continuación, se define el significado de los coeficientes en el modelo de Pacejka (Figura 3.2):

**D** es el factor de pico.

**C** es el factor de forma.

**E** es el factor de curvatura.

**B** es el factor de rigidez.

Debido al guiado de capas, la conicidad, la resistencia a la rodadura y la caída, las curvas resultantes están desplazadas horizontal y verticalmente. Estos desplazamientos son representados mediante  $S_h$  y  $S_v$  respectivamente. El producto  $BCD$  es igual a la rigidez de deriva para deslizamiento cero. Para tener en cuenta la

influencia de la carga vertical ( $F_z$ ) y la caída ( $\gamma$ ) es necesario incluir estas variables de una forma explícita. Para ello, los coeficientes deben ser escritos como función de estas variables.

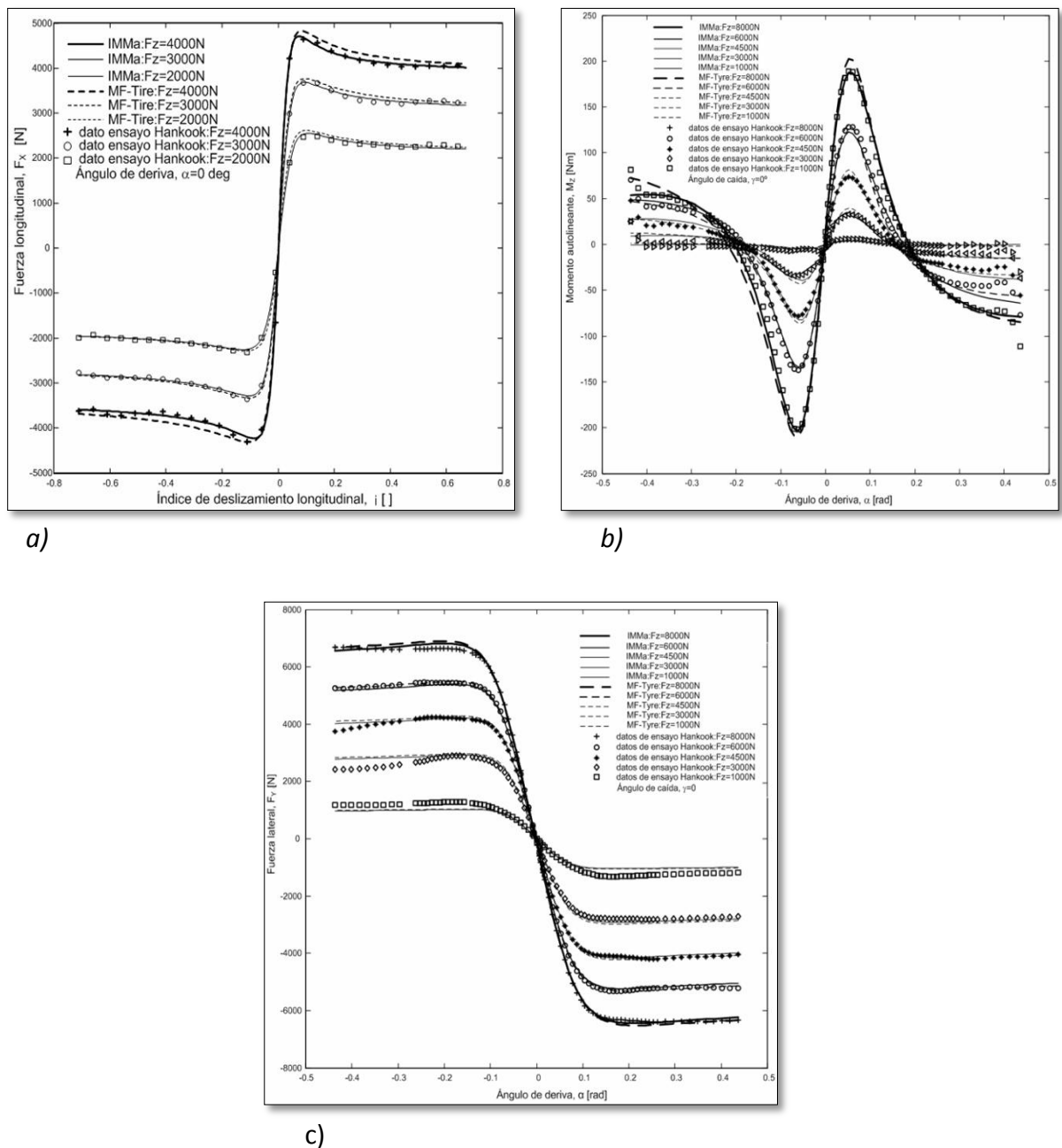


Figura 3.2: Comparativa entre datos medidos y estimados por el modelo de Pacejka:

a) Fuerza longitudinal frente a deslizamiento, b) Fuerza lateral frente a ángulo de deriva y c) Momento autoalineante frente a ángulo de deriva

Para la fuerza longitudinal,  $F_x$  :

$$D_x = \mu_x \cdot F_x \quad (3.4)$$

donde  $\mu_x$  es el coeficiente de fricción longitudinal:

$$\mu_x = b_1 \cdot F_z + b_2 \quad (3.5)$$

$$BCD_x = \frac{b_3 \cdot F_z^2 + b_4 \cdot F_z}{e^{b_5}} \quad (3.6)$$

$$C_x = b_0 \quad \text{con } b_0 = 1,65 \quad (3.7)$$

$$E_x = b_6 \cdot F_z^2 + b_7 \cdot F_z + b_8 \quad (3.8)$$

$$B_x = \frac{BCD_x}{CD_x} \quad (3.9)$$

$$S_{hx} = b_9 \cdot F_z + b_{10} \quad (3.10)$$

$$S_{vx} = 0 \quad (3.11)$$

Para la fuerza lateral,  $F_y$ :

$$D_y = \mu_y \cdot F_z \quad (3.12)$$

donde  $\mu_y$  es el coeficiente de fricción lateral:

$$\mu_y = a_1 \cdot F_z + a_2 \quad (3.13)$$

$$BCD_y = a_3 \cdot \sin \left( 2 \cdot \arctan \left( \frac{F_z}{a_4} \right) \right) \cdot (1 - a_5 \cdot |\gamma|) \quad (3.14)$$

$$C_y = a_0 \quad \text{con } a_0 = 1,30 \quad (3.15)$$

$$E_y = a_6 \cdot F_z + a_7 \quad (3.16)$$

$$B_y = \frac{BCD_y}{CD_y} \quad (3.17)$$

$$S_{hy} = a_8 \cdot \gamma + a_9 \cdot F_z + a_{10} \quad (3.18)$$

$$S_{vy} = a_{11} \cdot F_z \cdot \gamma + a_{12} \cdot F_z + a_{13} \quad (3.19)$$

Y para el momento autoalineante, Mz:

$$D_m = c_1 \cdot F_z^2 + c_2 \cdot F_z \quad (3.20)$$

$$BCD_m = \frac{(c_3 \cdot F_z^2 + c_4 \cdot F_z) \cdot (1 - c_6 \cdot |\gamma|)}{e^{c_5 \cdot F_z}} \quad (3.21)$$

$$C_m = c_0 \quad \text{con } c_0 = 2,40 \quad (3.22)$$

$$E_m = (c_7 \cdot F_z^2 + c_8 \cdot F_z) \cdot (1 - c_{10} \cdot |\gamma|) \quad (3.23)$$

$$B_m = \frac{BCD_m}{CD_m} \quad (3.24)$$

$$S_{hm} = c_{11} \cdot \gamma + c_{12} \cdot F_z + c_{13} \quad (3.25)$$

$$S_{vm} = (c_{14} \cdot F_z^2 + c_{15} \cdot F_z) + c_{16} \cdot F_z + c_{17} \quad (3.26)$$

El principal inconveniente que presenta la Fórmula Mágica de Pacejka es que ésta requiere la optimización de un gran número de parámetros que, en algunas ocasiones, exige mucho tiempo y potencia de cálculo.

### 3.3 Modelo de Redes Neuronales

Las predicciones de esfuerzos generados en el contacto neumático-calzada fueron estudiadas mediante la utilización de redes neuronales artificiales por L. Palkovick y M. El-Gindi en 1993 [6].

El artículo está compuesto por dos estudios distintos sobre la aplicación de redes neuronales en el modelado de neumáticos. En el primero de ellos, se analizaron varias tipologías de redes neuronales para la obtención de los esfuerzos laterales, además los resultados fueron comparados con los que ofrecería la *Fórmula Mágica* de Pacejka. En el segundo estudio, se utilizaron redes neuronales para estimar los esfuerzos generados en el neumático ante solicitaciones de tracción y de frenado.

Del primer estudio se obtuvieron varias conclusiones: A partir de tres valores de cargas normales durante el proceso de entrenamiento, la red neuronal pudo predecir el esfuerzo lateral del neumático para una carga vertical distinta, dentro del rango de entrenamiento de cargas. Aunque en principio los resultados no fueron tan exactos como los ofrecidos por la *Fórmula Mágica*, se comprobó que aumentando el número de ciclos de entrenamiento, se podía alcanzar el mismo error. La principal ventaja que presentaban las redes neuronales prediciendo los esfuerzos longitudinales era la posibilidad de calcular cualquier cambio y curvas no simétricas con la misma estructura. Además, comparando el uso de redes con la *Fórmula Mágica* de Pacejka desarrollada en 1991 se encontraron varias diferencias. La principal radicaba en que la *Fórmula Mágica* se desarrollaba conteniendo propiedades del neumático en sus parámetros, mientras que la red neuronal no tenía ninguna función predefinida, sino que su estructura interna desarrolla durante el proceso de entrenamiento la relación no lineal entre los valores de entrada y salida.

En la segunda parte del estudio se analizó la eficiencia del uso de redes neuronales artificiales para predecir los esfuerzos laterales y longitudinales mediante deslizamientos de tracción y frenado, de nuevo, para distintas cargas normales. Los resultados ofrecidos para este caso muestran que la red neuronal puede, con relativamente pocos datos experimentales, predecir el escenario descrito. Es necesario mencionar que los resultados obtenidos podrían haber sido mejores si se hubiera utilizado un software y una metodología más sofisticada que la que se ha podido emplear en este estudio.

En resumen, el resultado del estudio indica que la utilización de redes neuronales para el modelado neumático puede incorporar relaciones más complejas que los modelos convencionales, es decir, las redes neuronales artificiales pueden ser un modelo fácil para relaciones complicadas.

Debido a los resultados favorables obtenidos mediante este estudio, se ha decidido utilizar redes neuronales en el presente proyecto para la predicción de esfuerzos generados en el neumático ante solicitaciones de acciones combinadas.

## CAPÍTULO 4: REDES NEURONALES ARTIFICIALES

### 4.1 Introducción

Las redes neuronales son un modelo artificial y simplificado del cerebro humano, cuya finalidad es la adquisición de conocimiento a través de la experiencia. Una red neuronal es un nuevo sistema para el tratamiento de la información, cuya unidad básica de procesamiento está inspirada en la célula fundamental del sistema nervioso humano: la neurona [7].

Las redes neuronales son una forma de emular ciertas características propias de los humanos, como la capacidad de memorizar y de asociar hechos. Todos los problemas que no pueden expresarse a través de un algoritmo tienen una característica en común para su resolución: la experiencia.

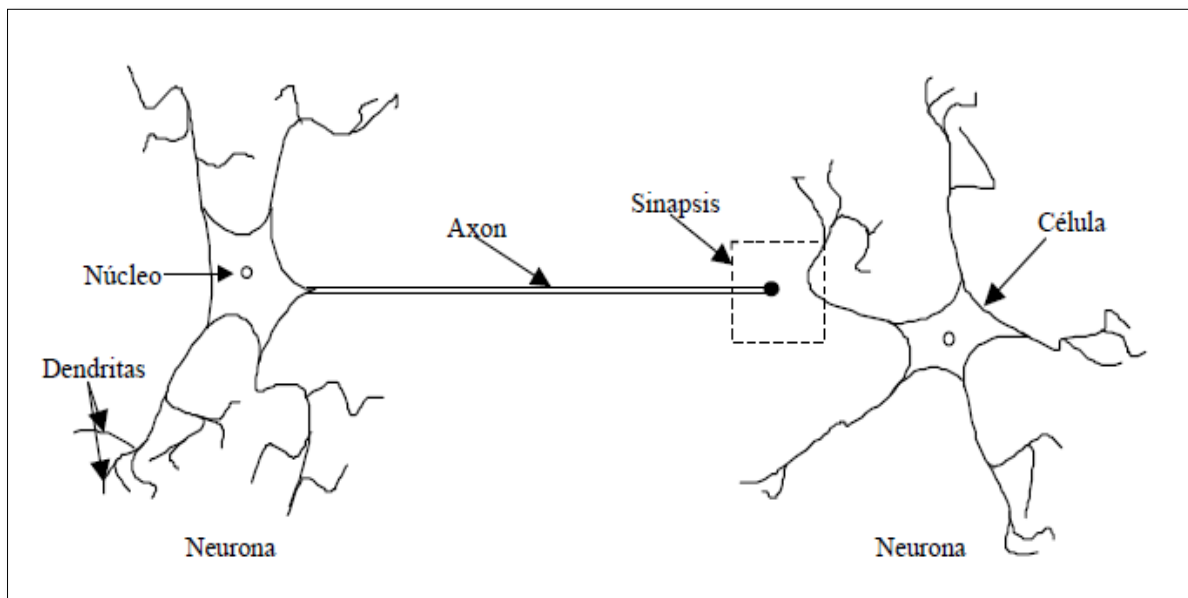
Todos los procesos del cuerpo humano se relacionan en alguna u otra forma con la actividad o inactividad de sus neuronas.

Lo que básicamente ocurre en una neurona biológica es lo siguiente: la neurona es estimulada o excitada a través de sus entradas (*inputs*) y cuando se alcanza un cierto umbral, la neurona se dispara o activa, pasando una señal hacia el axón. La figura 4.1 muestra el modelo de neurona biológica.

Las dendritas son la vía de entrada de las señales que se combinan en el cuerpo de la neurona. De alguna manera la neurona elabora una señal de salida a partir de ellas.



El axón es el camino de salida de la señal generada por la neurona. Las sinapsis son las unidades funcionales y estructurales elementales que median entre las interacciones de las neuronas.



*Figura 4.1: Modelo de neurona biológica*

### 4.2 Definición de red neuronal artificial

Una red neuronal artificial (RNA) es un modelo computacional inspirado en redes neuronales biológicas que pueden ser consideradas como un sistema de procesamiento de información con características como aprendizaje a través de ejemplos, adaptabilidad, robustez, capacidad de generalización y tolerancia a fallos [8].

Se considera una estructura distribuida, de procesamiento paralelo, formada de neuronas artificiales (llamados también elementos de procesamiento), interconectados por un gran número de conexiones (sinapsis), los cuales son usados para almacenar conocimiento que está disponible para poder ser usado.

Por lo tanto una RNA se caracteriza por:

- Ser unidades de procesamiento que intercambian datos o información.
- Se utilizan para reconocer patrones, incluyendo imágenes, manuscritos y secuencias de tiempo.

- Tienen capacidad de aprender y mejorar su funcionamiento.

### 4.3 Elementos básicos que componen una red neuronal

La estructura de una red neuronal está caracterizada por las conexiones de unas unidades con otras que se disponen en forma de capas [8]. Los diferentes tipos de capa que existen son:

- Capa de entrada: Las neuronas que pertenecen a este grupo, no reciben como entrada la salida de ninguna otra neurona y, su salida es la entrada a otras neuronas de la red. Por tanto, esta capa actúa como entrada al sistema.
- Capa de salida: Las neuronas situadas en esta capa, reciben como entrada la salida de otras neuronas pero no es la entrada de ninguna otra capa. Por lo tanto, se tratan de salidas de la información para que puedan éstas ser leídas.
- Capa oculta o intermedia: una red neuronal puede estar formada por varias capas ocultas. Reciben como señal la salida de otras neuronas y, a su vez, su salida es la entrada de otra capa sucesiva. Son las encargadas de extraer, procesar y memorizar la información concerniente al problema estudiado, basándose para ello en los pesos de las conexiones de la red principalmente.

La figura 4.2 muestra un esquema de una red neuronal.

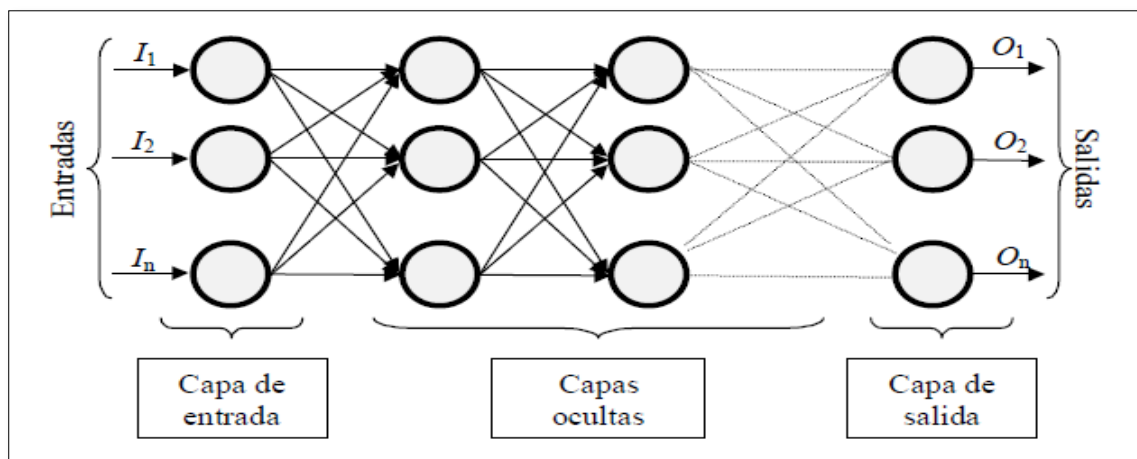


Figura 4.2: Red neuronal completamente conectada

#### 4.3.1 Función de entrada

La función de entrada se conoce como función de propagación o ponderación, y se encarga de transformar las diferentes entradas que provienen de la sinapsis en el potencial de la neurona.

Algunas de las funciones de entrada más utilizadas y conocidas son:

- Suma de todos los valores de entrada a la neurona, multiplicados por sus correspondientes pesos:

$$\sum_j (n_{ij} w_{ij}), \quad \text{con } j = 1, 2, \dots, n \quad (4.1)$$

- Producto de todos los valores de entrada a la neurona, multiplicados por sus correspondientes pesos:

$$\prod_j (n_{ij} w_{ij}), \quad \text{con } j = 1, 2, \dots, n \quad (4.2)$$

- Máximo de las entradas pesadas: solamente toma en consideración el valor de entrada más fuerte, previamente multiplicado por su peso correspondiente:

$$\text{Max}_j (n_{ij} w_{ij}), \quad \text{con } j = 1, 2, \dots, n \quad (4.3)$$

#### 4.3.2 Función de activación

La función de activación es la característica principal de una neurona. Se encarga de calcular el nivel o estado de activación de la neurona en función de la entrada total a la misma. Las funciones más comunes son las siguientes [9]:

- **Lineal:**

La activación de la neurona es proporcional a la entrada total. La función lineal más típica es la que se muestra en la figura 4.3. Este tipo de función produce comportamientos neuronales inestables debido a que sus activaciones tienden a incrementarse sin límites. Lo ideal es que la función de activación tenga umbral, es decir, cuando el estímulo total exceda de un cierto valor la salida sea constante.

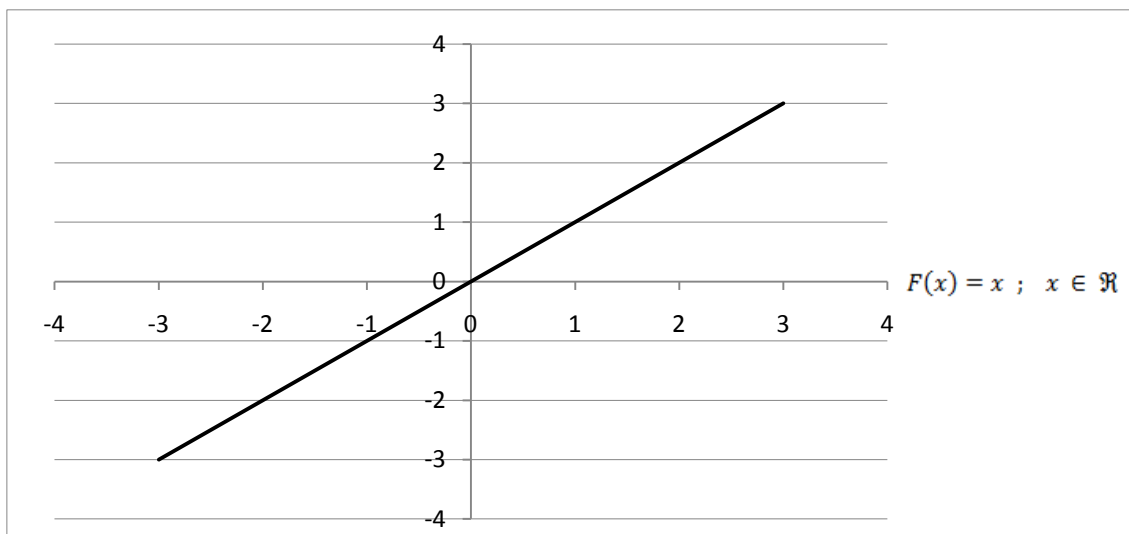


Figura 4.3: Función de activación tipo lineal

- **Escalón:**

La activación es un valor discreto, (0,1) que depende de si la entrada total supera o no un determinado umbral. Presenta el inconveniente de no ser derivable en cero, por lo tanto, se limita su capacidad de aprendizaje y representación. Ejemplos de estas funciones son la función signo y la función escalón, representadas en las figuras 4.4 y 4.5, respectivamente.

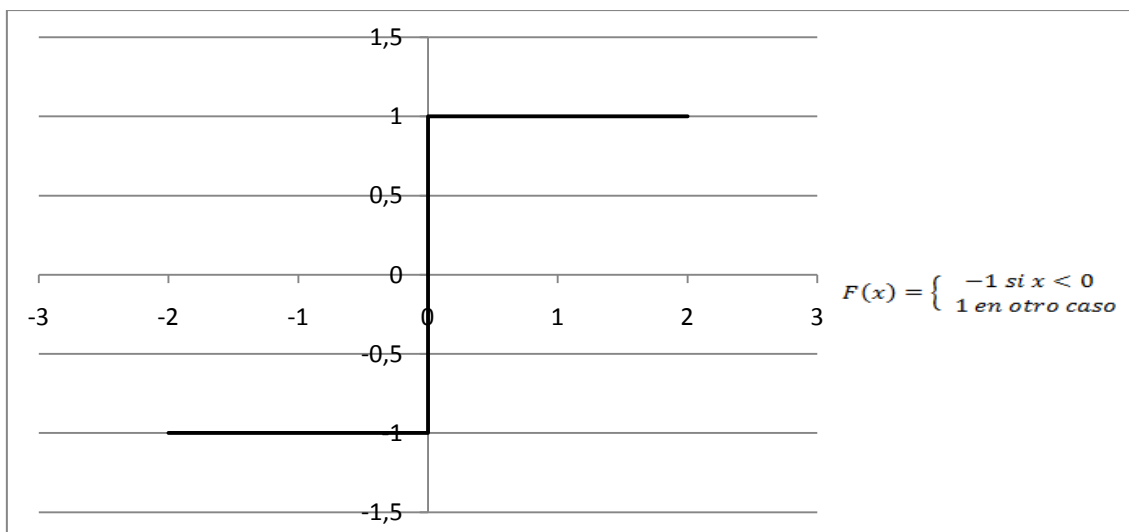


Figura 4.4: Función de activación tipo signo

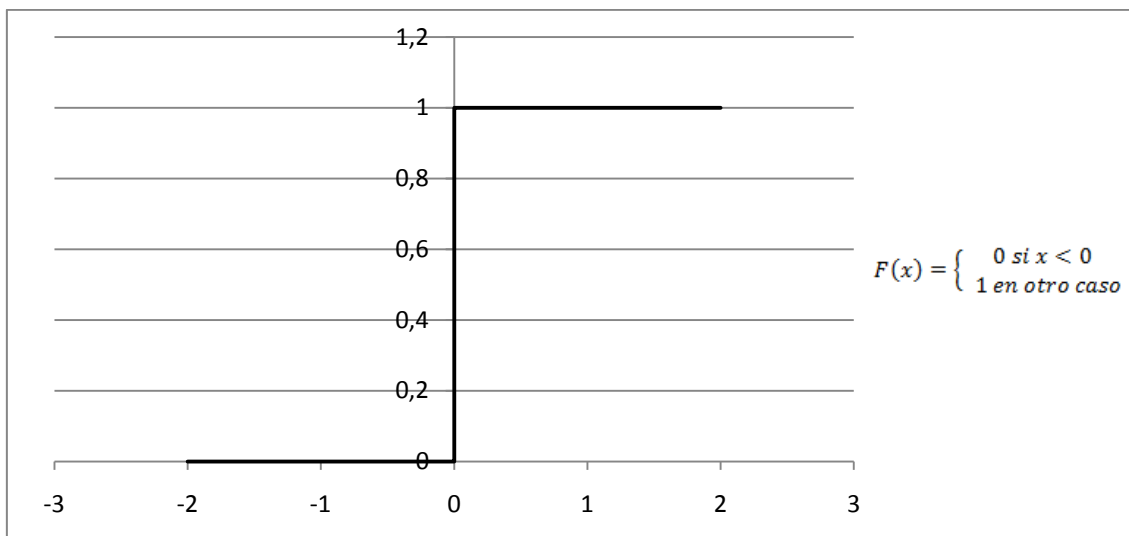


Figura 4.5: Función de activación tipo escalón

- **No lineales:**

En las funciones no lineales, la salida no es proporcional a la entrada. Las redes con salida continua usan esta función ya que su algoritmo de aprendizaje necesita una función derivable. Dentro de este grupo destacan la función logística (figura 4.6) y la función tangente hiperbólica (figura 4.7).

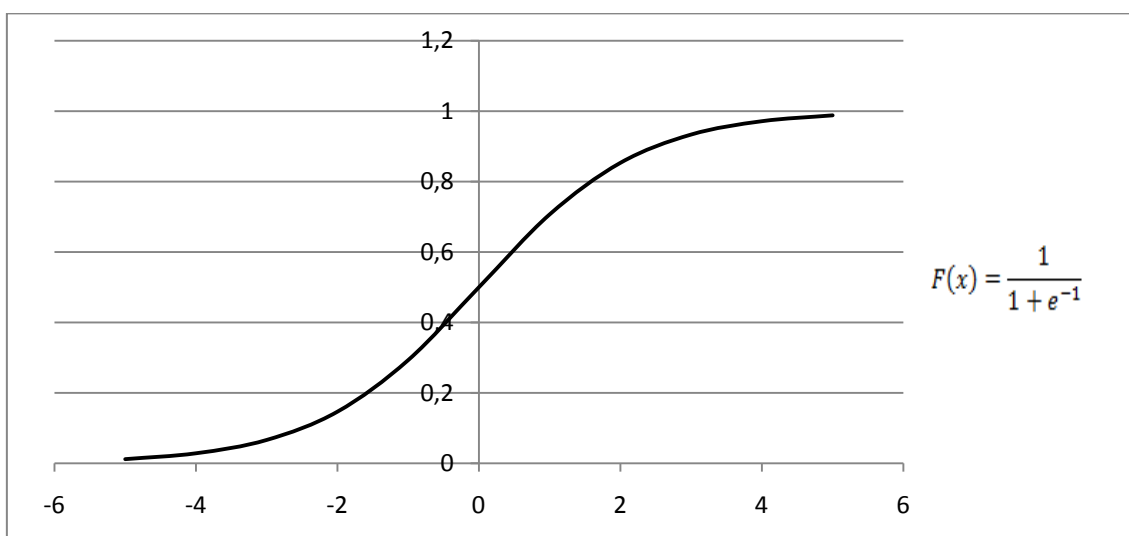


Figura 4.6: Función de activación logística

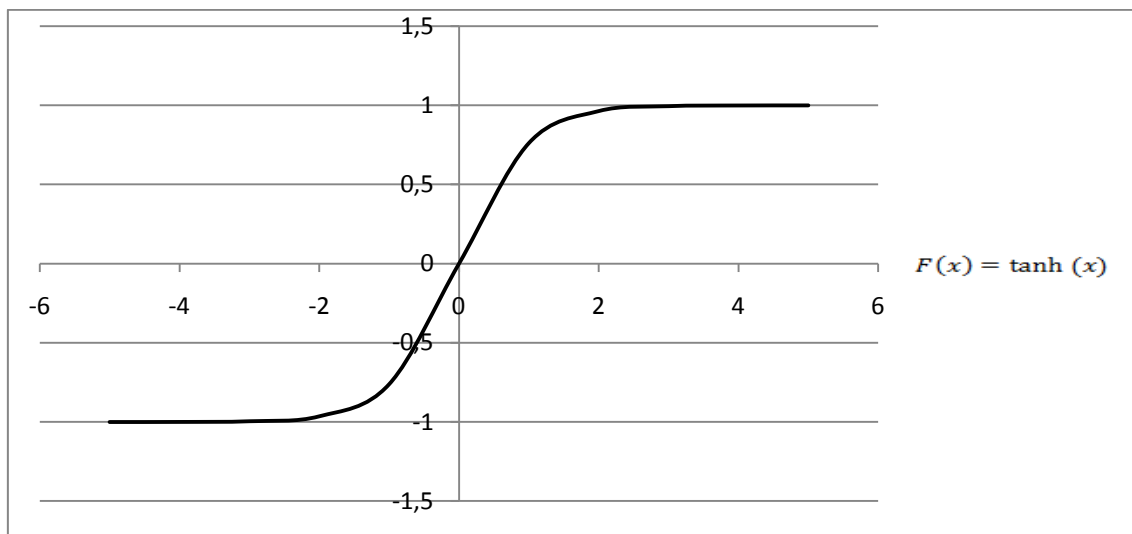


Figura 4.7: Función de activación tangente hiperbólica

#### 4.3.3 Función de salida

La función de salida convierte el estado de la neurona en la salida hacia la siguiente neurona que se transmite por la sinapsis. Generalmente, no se considera y se toma la identidad, de manera que la salida es el propio estado de activación de la neurona.

Existen algunas redes que transforman su estado de activación en una salida binaria y para eso usan la función escalón como salida.

#### 4.4 Modo de operación

Al hablar de *modo de operación* se está haciendo referencia a la manera en que la red neuronal procesa los estímulos externos y crea la respuesta de salida. Puede considerarse a una red neuronal como perteneciente a una de estas dos categorías:

- **Red estática:** En este tipo de red, una vez establecido el valor de las entradas, las salidas alcanzan un valor estacionario independientemente de las entradas en el instante anterior, y en un tiempo siempre por debajo de una determinada cota. Estas redes se pueden caracterizar estructuralmente por la inexistencia de bucles de realimentación y de elementos de retardo entre los distintos elementos de proceso que las forman. Debido a su modo de funcionamiento, estas redes tienen una

capacidad limitada para sintetizar funciones dependientes del tiempo en comparación con las redes binarias.

- **Red dinámica:** Este tipo de redes responde de manera diferente ante diferentes secuencias de entradas, haciendo uso de manera implícita o explícita de la variable tiempo. Dicho aspecto las hace más idóneas que las redes estáticas para la síntesis de funciones en las que aparezca de alguna manera el parámetro tiempo.

Es posible considerar también varias opciones en cuanto a la manera en que se realiza la realimentación:

- Realimentación de la salida, si las salidas generadas por la red son realimentadas a las capas anteriores.
- Realimentación del estado, si la realimentación se produce con las salidas producidas en las capas ocultas.

Las redes con realimentación plantean problemas de convergencia y estabilidad, que son en general de difícil análisis.

### 4.5. Operaciones de capa

Las operaciones de capa afectan a la capa como un todo. En principio se considerarán las siguientes:

- **Normalización:** Cada elemento de proceso de la capa considerada ajusta su salida para dar un nivel constante de actividad (considerando las salidas de todos los elementos de proceso que forman la capa).
- **Competencia:** Sólo uno o unos pocos elementos de proceso de una capa ganan y producen salida, inhibiendo la generación de las salidas en el resto.

### 4.6. Otras consideraciones

También es posible caracterizar las redes neuronales teniendo en cuenta la forma de operar a la hora de generar la salida o al actualizar los pesos. Así se tiene:

- **Operación síncrona:** Se dice que una red neuronal opera de forma síncrona cuando todos los elementos de proceso del sistema generan la salida a la vez.
- **Operación asíncrona:** Se dice que una red opera de forma asíncrona cuando los elementos de proceso que la constituyen generan la salida aleatoriamente e independientemente unos de otros. En estos casos puede añadirse a los elementos de proceso entradas de control que indiquen cuando han de ser actualizados los pesos de sus conexiones con los otros elementos de proceso.

Hay que tener en cuenta que, en muchos modelos de redes, la actualización de los pesos requiere la ejecución de la red a fin de calcular el correspondiente error, luego el cambio en el valor de los pesos también queda influido por el modo de operación síncrona o asíncrona.

### 4.7 Mecanismos de aprendizaje

Los datos de entrada se procesan a través de la red neuronal con el propósito de lograr una salida. Las redes neuronales extraen generalizaciones desde un conjunto determinado de ejemplos anteriores. Una red neuronal debe aprender a calcular la salida correcta para cada entrada o grupos de entrada. Este proceso de aprendizaje se denomina: proceso de entrenamiento. El conjunto de datos (o conjunto de ejemplos) sobre el cual este proceso se basa es llamado conjunto de datos de entrenamiento.

La topología de la red y las diferentes funciones de cada neurona (entrada, activación y salida) no pueden cambiar durante el aprendizaje, mientras que los pesos sobre cada una de las conexiones sí pueden hacerlo, por ello el aprendizaje de una red neuronal se alcanza con la adaptación de los pesos.

El aprendizaje es el proceso por el cual una red neuronal modifica sus pesos en respuesta a una información de entrada. Los cambios que se producen durante el mismo se reducen a la destrucción, modificación y creación de conexiones entre las neuronas. En los sistemas biológicos, existe una continua destrucción y creación de conexiones entre las neuronas. En los modelos de redes neuronales artificiales, la creación de una nueva conexión implica que el peso de la misma pasa a tener un valor distinto de cero. De la misma manera, una conexión se destruye cuando su peso pasa a ser cero.



Durante el proceso de aprendizaje, los pesos de las conexiones de la red sufren modificaciones, por lo tanto, se puede afirmar que este proceso ha terminado (la red ha aprendido) cuando los valores de los pesos permanecen estables:

$$\frac{\partial w_{ij}}{\partial t} = 0 \quad (4.4)$$

Un aspecto importante respecto al aprendizaje de las redes neuronales, es conocer cómo se modifican los valores de los pesos, es decir, cuáles son los criterios que se siguen para cambiar el valor asignado a las conexiones.

Hay tres métodos de aprendizaje importantes que se pueden distinguir [10]:

- a- Aprendizaje supervisado.
- b- Aprendizaje no supervisado.
- c- Aprendizaje por refuerzo.

### 4.7.1 Aprendizaje supervisado

El aprendizaje supervisado se caracteriza porque el proceso de aprendizaje se realiza mediante un entrenamiento controlado por un agente externo que determina la respuesta que debería generar la red a partir de una entrada determinada. Se controla la salida de la red y en caso de que ésta no coincida con la deseada, se procederá a modificar los pesos de las conexiones, con el fin de conseguir que la salida obtenida se aproxime a la deseada.

En este tipo de aprendizaje, se suelen considerar dos formas de llevarlo a cabo, que dan lugar a los siguientes aprendizajes supervisados:

- 1) Aprendizaje por corrección del error.
- 2) Aprendizaje estocástico.

#### Aprendizaje por corrección de error

El aprendizaje por corrección del error consiste en ajustar los pesos de las conexiones de la red en función de la diferencia entre los valores deseados y los obtenidos a la salida de la red, es decir, en función del error cometido en la salida.

Un ejemplo de este tipo de algoritmos lo constituye la regla de aprendizaje del Perceptron. En esta regla de aprendizaje, para cada neurona en la capa de salida se

calcula la desviación a la salida conocido como el error ( $\delta$ ), con la finalidad de utilizarlo para cambiar los pesos sobre la conexión de la neurona precedente.

Otro algoritmo muy conocido y que pertenece a esta clasificación es la regla de aprendizaje Delta o regla del mínimo error cuadrado (*LMS Error: Least Mean Squared Error*), que también utiliza la desviación a la salida objetivo, pero toma en consideración a todas las neuronas predecesoras que tiene la neurona de salida. Esto permite cuantificar el error global cometido en cualquier momento durante el proceso de entrenamiento de la red, lo cual es importante, ya que cuanto más información se tenga sobre el error cometido, más rápido se puede aprender. Luego el error calculado ( $\delta$ ) es igualmente repartido entre las conexiones de las neuronas predecesoras.

Por último, se debe mencionar la regla de aprendizaje de propagación hacia atrás o de *Backpropagation*, también conocido como regla LMS multicapa, la cual es una generalización de la regla de aprendizaje Delta y será analizada en el capítulo 5.

### **Aprendizaje estocástico**

El aprendizaje estocástico consiste en realizar cambios aleatorios en los valores de los pesos de las conexiones de la red y evaluar su efecto a partir del objetivo deseado y de distribuciones de probabilidad.

### **4.7.2 Aprendizaje no supervisado**

Las redes con aprendizaje no supervisado, también conocido como autosupervisado, no requieren influencia externa para ajustar los pesos de las conexiones entre sus neuronas. La red no recibe ninguna información por parte del entorno que le indique si la salida generada en respuesta a una determinada entrada es o no correcta.

Estas redes deben encontrar las características, regularidades, correlaciones o categorías que se puedan establecer entre los datos que se presenten en su entrada. Existen varias posibilidades en cuanto a la interpretación de la salida de estas redes, que dependen de su estructura y del algoritmo de aprendizaje empleado.

En cuanto a los algoritmos de aprendizaje no supervisado, en general se suelen considerar dos tipos:

- 1) Aprendizaje hebbiano.
- 2) Aprendizaje competitivo y comparativo.

### **Aprendizaje hebbiano**

La regla de aprendizaje hebbiano pretende extraer características de los datos de entrada. El fundamento es una suposición bastante simple: si dos neuronas  $N_i$  y  $N_j$  toman el mismo estado simultáneamente (ambas activas o ambas inactivas), el peso de la conexión entre ambas se incrementa.

Las entradas y salidas permitidas a la neurona son:  $\{-1, 1\}$  o  $\{0, 1\}$  (neuronas binarias). Esto puede explicarse porque la regla de aprendizaje de Hebb se originó a partir de la neurona biológica clásica, que solamente puede tener dos estados: activa o inactiva.

### **Aprendizaje competitivo y comparativo**

El aprendizaje comparativo se orienta a la clasificación de los datos de entrada. Como característica principal del aprendizaje competitivo se puede decir que, si un patrón nuevo se determina que pertenece a una clase reconocida previamente, entonces la inclusión de este nuevo patrón a esta clase matizará la representación de la misma. Si el patrón de entrada se determinó que no pertenece a ninguna de las clases reconocidas anteriormente, entonces la estructura y los pesos de la red neuronal serán ajustados para reconocer la nueva clase.

#### **4.7.3. Aprendizaje por refuerzo**

El aprendizaje por refuerzo es un tipo de aprendizaje que se basa en la idea de no disponer de un ejemplo completo del comportamiento deseado, es decir, de no indicar durante el entrenamiento exactamente la salida que se desea que proporcione la red ante una determinada entrada.

En el aprendizaje por refuerzo, la función del supervisor se reduce a indicar mediante una señal de refuerzo si la salida obtenida en la red se ajusta a la deseada (éxito = +1 ó fracaso = -1)

#### **4.7.4 Aprendizaje *on-line* y aprendizaje *off-line***

Otro criterio que se puede utilizar para diferenciar las reglas de aprendizaje se basa en considerar si la red puede aprender durante su funcionamiento habitual o si el aprendizaje supone la desconexión de la red, es decir, su inhabilitación hasta que el proceso termine. En el primer caso, se trataría de un aprendizaje *on-line*, mientras que el segundo es lo que se conoce como *off-line*. Cuando el aprendizaje es *off-line*, se distingue entre una fase de aprendizaje o entrenamiento y una fase de operación o funcionamiento, existiendo un conjunto de datos de entrenamiento y un conjunto de datos de test o prueba, que serán utilizados en la correspondiente fase. Además, los pesos de las conexiones permanecen fijos después de terminar la etapa de entrenamiento de la red. Debido precisamente a su carácter estático, estos sistemas no presentan problemas de estabilidad en su funcionamiento.

## 5. ALGORITMO DE APRENDIZAJE *BACKPROPAGATION*

### 5.1 Introducción

El algoritmo de aprendizaje de *Backpropagation* es un tipo de regla de aprendizaje supervisado, que emplea ciclos de propagación. Una vez que se ha aplicado un patrón a la entrada de la red como estímulo, este se propaga desde la primera capa a través de las capas intermedias de la red, hasta generar una salida. La señal de salida se compara con la salida deseada y se calcula el error para cada una de las ellas [11].

El error se propaga hacia atrás, partiendo de la capa de salida, hacia todas las neuronas de la capa oculta. Sin embargo, las neuronas de la capa oculta sólo reciben una fracción de la señal total del error, basándose aproximadamente en la contribución relativa que haya aportado cada neurona en la salida original. Este proceso se repite, capa por capa, hasta que todas las neuronas de la red hayan recibido una señal de error que describa su contribución relativa al error total. Basándose en la señal de error percibida, se actualizan los pesos de conexión de cada neurona, para hacer que la red converja hacia un estado que permita clasificar correctamente todos los patrones de entrenamiento.

La importancia de este proceso consiste en que, a medida que se entrena la red, las neuronas de las capas intermedias se organizan a sí mismas de tal modo que las distintas neuronas aprenden a reconocer características de entrada. Después del entrenamiento, cuando se les presente un patrón arbitrario de entrada que esté incompleto, las neuronas de la capa oculta de la red responderán con una salida activa si la nueva entrada contiene un patrón que se asemeje a aquella característica que las neuronas hayan aprendido a reconocer durante su entrenamiento. Y a la inversa, las

unidades de las capas ocultas tienen una tendencia a inhibir su salida si el patrón de entrada no contiene la característica para reconocer, para la que han sido entrenadas.

Varias investigaciones han demostrado que, durante el proceso de entrenamiento, la red *Backpropagation* tiende a desarrollar relaciones internas entre neuronas con el fin de organizar los datos de entrenamiento en clases. Esta tendencia se puede extrapolar, para llegar a la hipótesis consistente en que todas las unidades de la capa oculta de una *Backpropagation* son asociadas de alguna manera a características específicas del patrón de entrada como consecuencia del entrenamiento. Lo que sea o no exactamente, la asociación puede no resultar evidente para el observador humano, lo importante es que la red ha encontrado una representación interna que le permite generar las salidas deseadas cuando se le ofrece las entradas, en el proceso de entrenamiento. Esta misma representación interna se puede aplicar a entradas que la red no haya visto antes, y la red las clasificará según las características que comparten con los ejemplos de entrenamiento.

### 5.2 Regla de Aprendizaje

El algoritmo *Backpropagation* para redes multicapa realiza su labor de actualización de pesos y ganancias con base en el error medio cuadrático. La red *Backpropagation* trabaja bajo aprendizaje supervisado y por tanto necesita un conjunto de entrenamiento que le escriba cada entrada y su valor de salida esperado de la siguiente forma:

$$\{p_1, t_1\}, \{p_2, t_2\}, \dots, \{p_Q, t_Q\}$$

donde  $p_Q$  es una entrada a la red y  $t_Q$  es la correspondiente salida deseada para el patrón  $q$ -ésimo. El algoritmo debe ajustar los parámetros de la red para minimizar el error medio cuadrático.

El entrenamiento de una red neuronal multicapa se realiza mediante un proceso de aprendizaje, que debe tener inicialmente definida la tipología de la red esto es: número de neuronas en la capa de entrada que depende del número de componentes del vector de entrada, número de capas ocultas y número de neuronas de cada una de ellas, número de neuronas en la capa de la salida que depende del número de componentes del vector de salida o patrones objetivo y funciones de transferencia requeridas en cada capa. Con base en la tipología escogida, se asignan valores iniciales a cada uno de los parámetros que conforman la red.

Es importante recalcar que no existe una técnica para determinar el número de capas ocultas, ni el número de neuronas que debe contener cada una de ellas para un

problema específico, esa elección es determinada por la experiencia del diseñador, el cual debe cumplir con las limitaciones de tipo computacional.

Cada patrón de entrenamiento se propaga a través de la red y sus parámetros para producir una respuesta en la capa de salida, la cual se compara con los patrones objetivo o salidas deseadas para calcular el error en el aprendizaje. Este error marca el camino más adecuado para la actualización de los pesos y ganancias que al final del entrenamiento producirán una respuesta satisfactoria a todos los patrones de entrenamiento. Esto se logra minimizando el error medio cuadrático en cada iteración del proceso de aprendizaje.

Cuando se presenta a la red un patrón de entrenamiento, este se propaga a través de las conexiones existentes produciendo una entrada  $n$  en cada una de las neuronas de la siguiente capa. La entrada a la neurona  $j$  de la siguiente capa se debe a la presencia de un patrón de entrenamiento en la entrada:

$$n_j^0 = \sum_{i=1}^q W_{ji}^0 p_i + b_j^0 \quad (5.1)$$

donde,

$W_{ji}^0$  : Peso que une la componente  $i$  de la entrada con la neurona  $j$  de la primera capa oculta.

$p_i$  : Componente  $i$  del vector  $p$  que contiene el patrón de entrenamiento de  $q$  componentes.

$b_j^0$  : Ganancia de la neurona  $j$  de la capa oculta.

el superíndice ( $^0$ ) representa la capa a la que pertenece cada parámetro, es este caso la capa oculta.

Cada una de las neuronas de la capa oculta tiene como salida  $a_j^0$  que está dada por la ecuación:

$$a_j^0 = f^0 \left( \sum_{i=1}^q W_{ji}^0 p_i + b_j^0 \right) \quad (5.2)$$

donde  $f^0$  es la función función de transferencia de las neuronas de la capa oculta.

Las salidas  $a_j^0$  de las neuronas de la capa oculta son las entradas a los pesos de conexión de la capa de salida,  $a_k^0 \rightarrow n_k^s$ , este comportamiento está descrito por la ecuación:

$$n_k^s = \sum_{j=1}^m W_{kj}^s a_j^0 + b_k^s \quad (5.3)$$

donde,

$W_{kj}^s$  : Peso que une la neurona  $j$  de la capa oculta con la neurona  $k$  de la capa de salida, la cual cuenta con  $s$  neuronas.

$a_j^0$  : Salida de la neurona  $j$  de la capa oculta, la cual cuenta con  $m$  neuronas.

$b_k^s$  : Ganancia de la neurona  $k$  de la capa de salida.

$n_k^s$  : Entrada a la neurona  $k$  de la capa de salida.

La red produce una salida final descrita por la ecuación:

$$a_k^s = f^s(n_k^s) \quad (5.4)$$

donde  $f^s$  es la función de transferencia de las neuronas de la capa de salida.

A partir de las ecuaciones 5.3 y 5.4 se obtiene la salida de la red en función de la entrada y de los pesos de conexión con la última capa oculta:

$$a_k^s = f^s\left(\sum_{j=1}^m W_{ki}^s a_j + b_k^s\right) \quad (5.5)$$

La salida de la red de cada neurona  $a_k^s$  se compara con la salida deseada  $t_k$  para calcular el error en cada unidad de salida:

$$\delta_k = (t_k - a_k^s) \quad (5.6)$$

El error debido a cada patrón  $p$  propagado está dado por:

$$ep^2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s (\delta_k)^2 \quad (5.7)$$

donde,

$\delta_k$  : Error en la neurona  $k$  de la capa de salida.

Este proceso se repite para el número total de patrones de entrenamiento ( $r$ ). Para un proceso de aprendizaje, el objetivo del algoritmo es actualizar todos los pesos y ganancias de la red minimizando el error medio cuadrático total:



$$e^2 = \sum_{p=1}^r ep^2 \quad (5.8)$$

donde,

$e^2$ : Error total en el proceso de aprendizaje en una iteración, después de haber presentado a la red los  $r$  patrones de entrenamiento.

El error que genera una red neuronal en función de sus pesos, genera un espacio de  $n$  dimensiones, donde  $n$  es el número de pesos de conexión de la red. Al evaluar el gradiente del error en un punto de esta superficie se obtendrá la dirección en la cual la función del error tendrá un mayor crecimiento. Como el objetivo del proceso de aprendizaje es minimizar el error, debe tomarse la dirección negativa del gradiente para obtener el mayor decremento del error y de esta forma su minimización, condición requerida para realizar la actualización de la matriz de pesos en el algoritmo *Backpropation*:

$$W_{k+1} = W_k - \alpha \nabla e^2 \quad (5.9)$$

Después de encontrar el valor del gradiente del error, se procede a actualizar los pesos de todas las capas empezando por la de salida. Para la capa de salida la actualización de pesos y ganancias está dada por:

$$W_{kj}(t+1) = W_{kj}(t) - 2 \alpha \delta_k^s \quad (5.10)$$

$$b_k(t+1) = b_k(t) - 2 \alpha \delta_k^s \quad (5.11)$$

donde,

$\alpha$ : Parámetro de aprendizaje que define la velocidad de aprendizaje.

Después de actualizar los pesos y ganancias de la capa de salida se procede a actualizar los pesos y ganancias de la capa oculta mediante las ecuaciones:

$$W_{ji}(t+1) = W_{ji}(t) - 2 \alpha \delta_j^0 p_i \quad (5.12)$$

$$b_j(t+1) = b_j(t) - 2 \alpha \delta_j^0 \quad (5.13)$$

Esta deducción fue realizada para una red de tres capas.

En las técnicas de gradiente descendiente es conveniente avanzar por la superficie de error con incrementos pequeños de los pesos; esto se debe a que se tiene una información local de la superficie y no se sabe lo lejos o lo cerca que se está del punto mínimo; con incrementos grandes, se corre el riesgo de pasar por encima del punto mínimo; con incrementos pequeños, aunque se tarde más en llegar, se evita que esto

ocurra. La elección de un incremento adecuado influye en la velocidad de convergencia del algoritmo, esta velocidad se controla a través del parámetro de aprendizaje  $\alpha$ , el cual, por lo general, se escoge como un número pequeño, para asegurar que la red encuentre una solución. Un valor pequeño de  $\alpha$  significa que la red tendrá que hacer un gran número de iteraciones. Si se toma un valor muy grande, los cambios en los pesos serán muy grandes, avanzando muy rápidamente por la superficie de error, con el riesgo de saltar el valor mínimo del error y estar oscilando alrededor de él, pero sin poder alcanzarlo.

Es recomendable disminuir el valor de  $\alpha$  a medida que disminuye el error de la red durante la fase de entrenamiento, para garantizar así una rápida convergencia, teniendo la precaución de no tomar valores demasiado grandes que hagan que la red oscile alejándose demasiado del valor mínimo.

En el desarrollo matemático que se ha realizado para llegar al algoritmo *Backpropagation*, no se asegura en ningún momento que el mínimo que se encuentre sea global. En todo caso, si la solución es admisible desde el punto de vista del error, no importa si el mínimo es local o global o si se ha detenido en algún momento previo a alcanzar un verdadero mínimo.

A continuación se expondrá de forma gráfica la deducción matemática alcanzada en el punto anterior. Para ello se utilizará una red formada por dos entradas, una salida y dos capas ocultas de neuronas. La estructura de red utilizada se observa en la figura 5.1 [12].

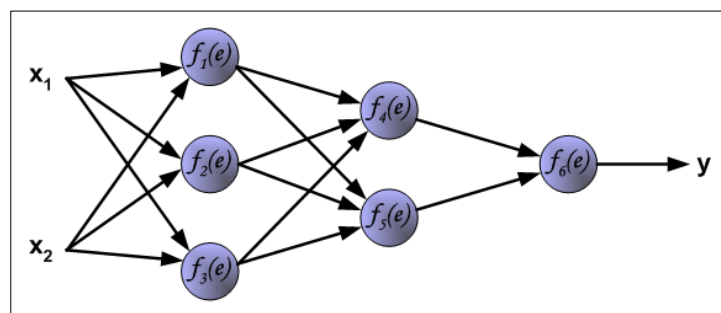


Figura 5.1: Estructura de red

Cada neurona está compuesta por dos unidades; la primera unidad representa el coeficiente de pesos de las neuronas de entrada, mientras que la segunda unidad representa la función de activación de la neurona (figura 5.2), donde  $e$  es la suma de las señales de entrada, mientras que  $y=f(e)$  es la función de salida.

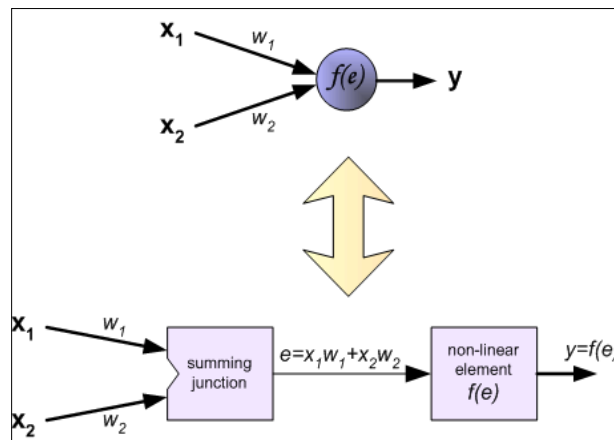


Figura 5.2. Componentes de una neurona

Se trata de un proceso iterativo y en cada iteración los coeficientes de los pesos son modificados usando los datos de entrenamiento. La modificación se calcula usando el procedimiento descrito a continuación: cada ciclo comienza con las señales de entrada en una neurona entrada ( $x_1$  y  $x_2$ ), formándose la señal de salida de dicha neurona, y así se puede determinar la salida para cada capa. La figura 5.3 muestra la propagación de la señal a través de la red, donde  $w_{(xm)n}$  representa los pesos de cada neurona  $x_m$  de la capa  $n$ , e  $y_n$  representa la señal de salida de la neurona  $n$ .

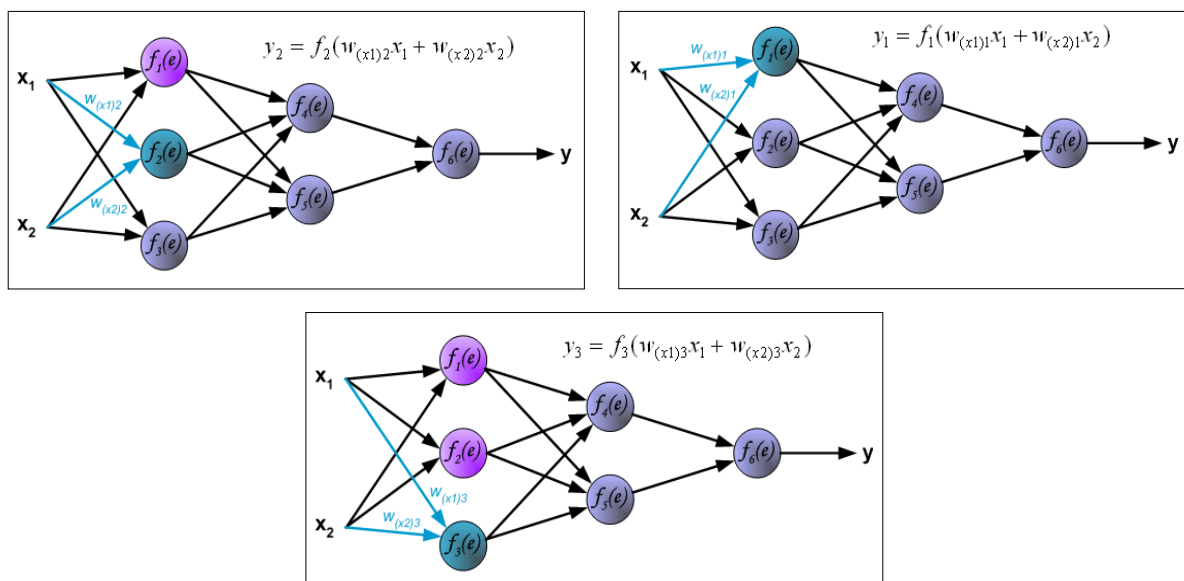


Figura 5.3: Reparto de pesos en la primera capa de neuronas

La señal de propagación atraviesa la capa oculta como se puede observar en la figura 5.4, donde  $w_{mn}$  representa los pesos de conexiones entre la salida de la neurona  $m$  y la entrada de la neurona  $n$  de la siguiente capa. La señal continúa propagándose hasta alcanzar la capa de salida (figura 5.5).

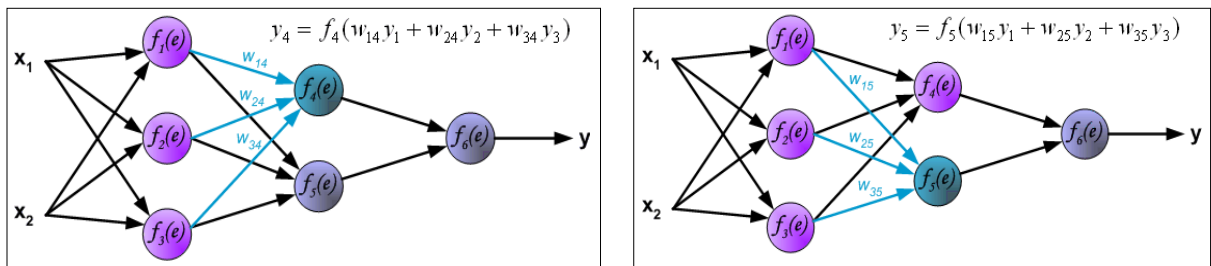


Figura 5.4: Reparto de pesos en la segunda capa de neuronas.

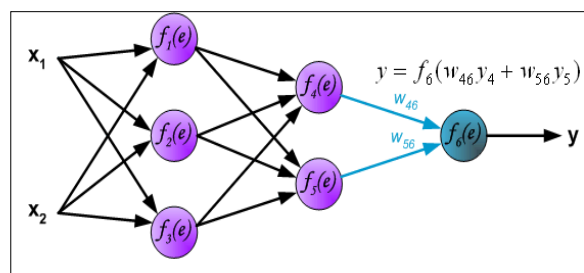


Figura 5.5: Señal de salida

El siguiente paso del algoritmo consiste en comparar el valor de la señal de salida con el valor deseado. La diferencia entre ambas es conocida como la señal de error  $\delta$  de la capa de salida (figura 5.6). El error se propaga en dirección contraria, es decir, atravesado todas las capas intermedias hasta alcanzar las neuronas de la capa de salida (figuras 5.7 y 5.8).

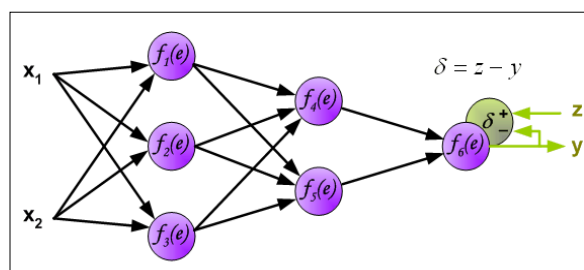


Figura 5.6: Diferencia entre la salida obtenida y la salida deseada

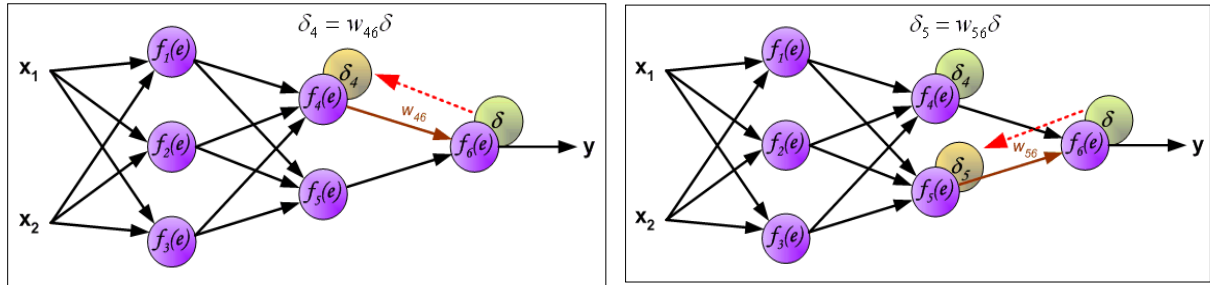


Figura 5.7: Propagación del error en la capa intermedia

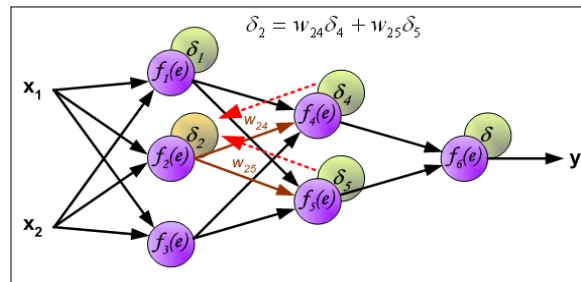


Figura 5.8: Propagación del error en la primera capa de la red

Cuando la señal de error ha sido propagada por toda la red, los pesos son modificados según las figuras 5.9, 5.10 y 5.11, donde  $\eta$  es el factor de aprendizaje. Este proceso es iterativo hasta que la señal de salida obtenida sea la deseada.

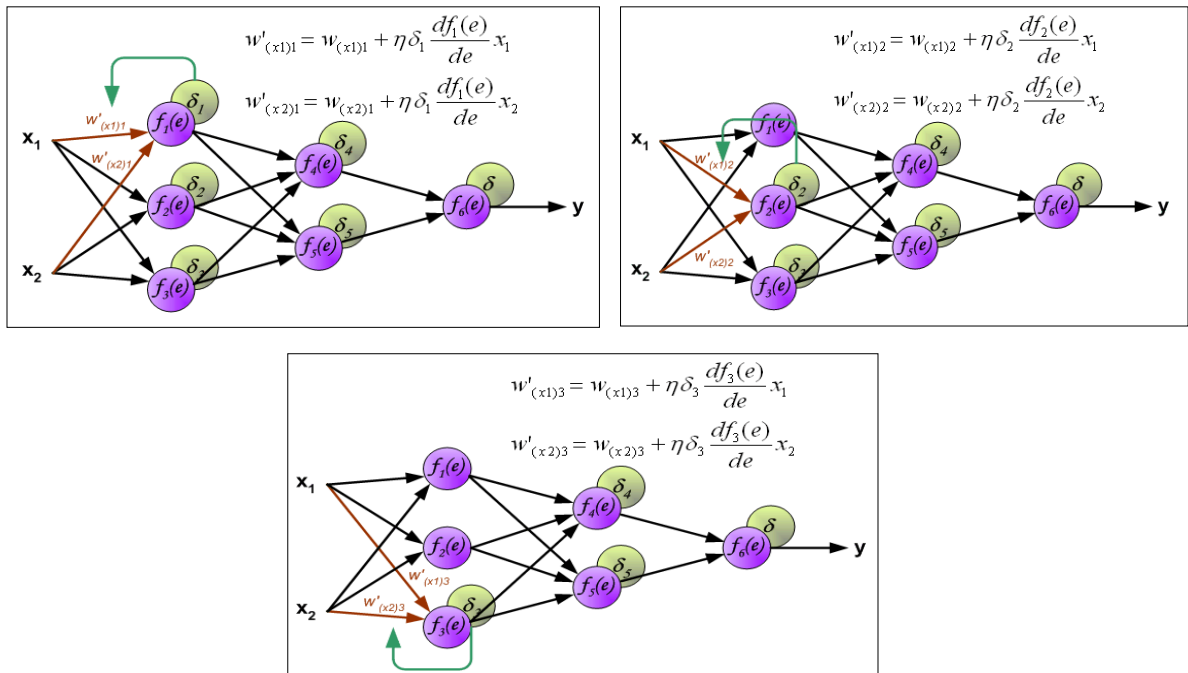


Figura 5.9: Modificación de los pesos de la capa de entrada

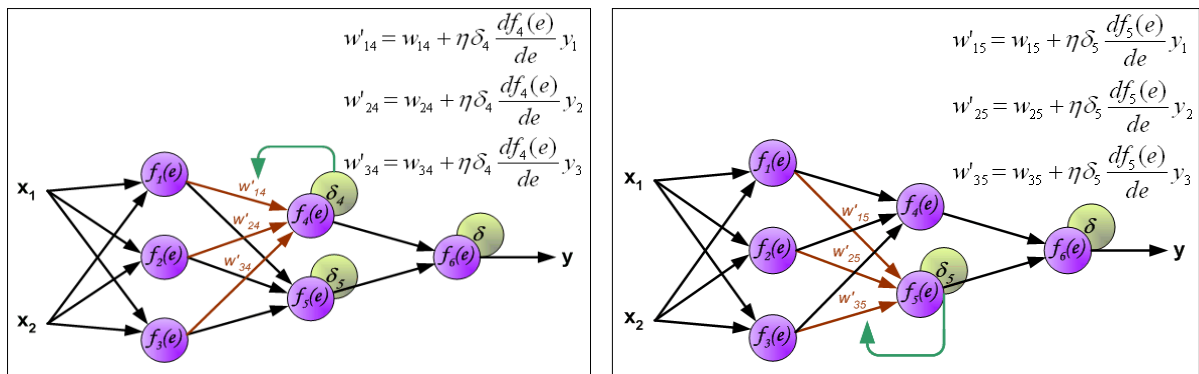


Figura 5.10: Modificación de los pesos en la capa intermedia

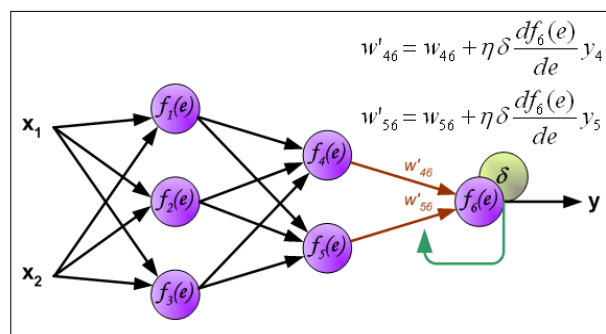


Figura 5.11: Propagación del error hasta la capa de salida

## CAPÍTULO 6: ENTRENAMIENTO DE RED, VALIDACIÓN Y RESULTADOS

### 6.1 Introducción

En este capítulo se obtendrán los esfuerzos longitudinales, laterales y momento autoalineante que aparecen en el neumático ante la sollicitación de acciones combinadas según las siguientes relaciones:

- Fuerza longitudinal:  $F_x = f(F_z, i, \alpha)$  (6.1)

- Fuerza lateral:  $F_y = f(F_z, i, \alpha)$  (6.2)

- Momento autoalienante:  $M_z = f(F_z, i, \alpha)$  (6.3)

donde  $F_z$  es la carga normal,  $i$  es el índice de deslizamiento y  $\alpha$  es el ángulo de deriva.

Los datos experimentales utilizados corresponden a un neumático *Michelin MXT 175/70 R13* proporcionados por *Delf-Tire*. El programa empleado para la creación, entrenamiento y validación de las redes neuronales artificiales es *SNNS "Stuttgart Neural Network Simulator"* (ver anexo A).

### 6.2. Tipología de la red

La tipología de red es un factor clave para el análisis del aprendizaje. A lo largo del proyecto se han empleado varias estructuras de red que serán analizadas detenidamente.

La red neuronal propuesta constará de:

- Capa de entrada: En el problema analizado, esta capa estará formada por tres neuronas que corresponden a la carga normal, el deslizamiento y el ángulo de deriva.
- Capa oculta: El número de capas ocultas y el número de neuronas que debe haber en cada una de ellas se determinará durante el proceso de aprendizaje.
- Capa de salida: La capa de salida estará formada por una única neurona de salida que corresponderá con la fuerza longitudinal, la fuerza lateral o el momento autoalineante, dependiendo del caso estudiado.

Las distintas tipologías de red se han nombrado de la siguiente forma: *Red a\_b\_c*, donde *a* es el número de neuronas en la capa de entrada, *b* es el número de neuronas de la capa oculta y *c* es el número de neuronas de la capa de salida. Las estructuras de red que se han analizado durante el periodo de entrenamiento son las siguientes:

- Red 3\_5\_1 (Figura 6.1).
- Red 3\_10\_1 (Figura 6.2).
- Red 3\_15\_1 (Figura 6.3).
- Red 3\_20\_1 (Figura 6.4).

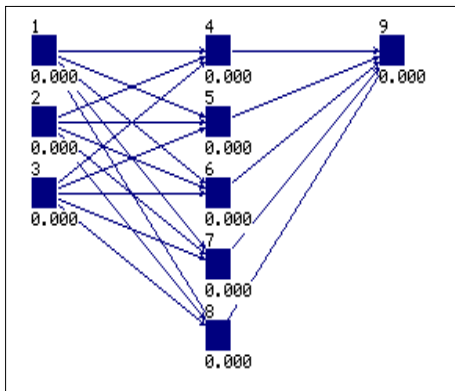


Figura 6.1: Red 3\_5\_1

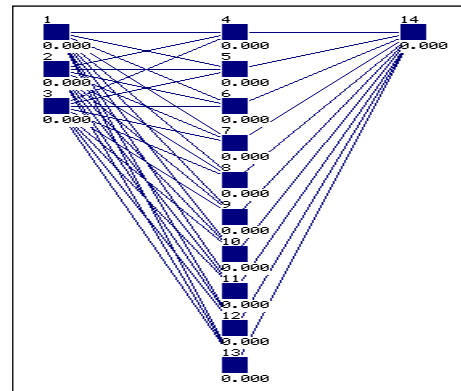


Figura 6.2: Red 3\_10\_1

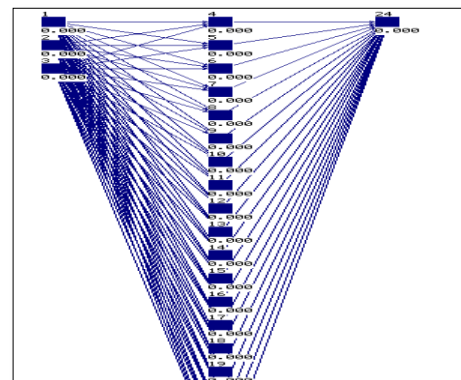
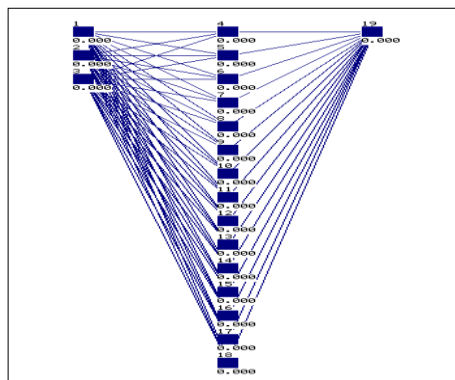




Figura 6.1: Red 3\_15\_1

Figura 6.4: Red 3\_20\_1

Se trata de cuatro tipologías distintas de red, todas ellas caracterizadas por un número de entradas y salidas en común, tres y una, respectivamente. Además, todas las neuronas se encuentran conectadas entre sí. La diferencia entre las redes anteriores radica en el número de neuronas que componen la capa oculta o intermedia.

Las diferentes estructuras de red se realizan con el comando “*Bignet*” del panel de control de SNNS (Anexo A).

### 6.3 Datos de partida

#### 6.3.1 Introducción

Una vez definida la tipología de red, se procede a su entrenamiento individual. El entrenamiento se lleva a cabo a través de los patrones de aprendizaje seleccionados, previamente, de los datos experimentales.

<pre>No. of patterns : 675 No. of input units : 3 No. of output units : 1  # Input pattern 1: -0.171 0 6000 # Output pattern 1: -297 # Input pattern 2: -0.171 -0.01 6000 # Output pattern 2: -556 # Input pattern 3: -0.171 -0.02 6000 # Output pattern 3: -811</pre>	<pre>No. of patterns : 675 No. of input units : 3 No. of output units : 1  # Input pattern 1: -0.171 0 6000 # Output pattern 1: 5207 # Input pattern 2: -0.171 -0.01 6000 # Output pattern 2: 5172 # Input pattern 3: -0.171 -0.02 6000 # Output pattern 3: 5150</pre>	<pre>No. of patterns : 675 No. of input units : 3 No. of output units : 1  # Input pattern 1: -0.171 0 6000 # Output pattern 1: -84,2 # Input pattern 2: -0.171 -0.01 6000 # Output pattern 2: -72,7 # Input pattern 3: -0.171 -0.02 6000 # Output pattern 3: -66,8</pre>
a)	b)	c)

Figuras 6.5: Patrón de tres entradas y una salida: a) Fuerza longitudinal, b) Fuerza lateral y c) Momento autoalineante

La figura 6.5 corresponde con el formato utilizado para cargar los patrones de aprendizaje en el programa SNNS. En ella se observa un conjunto de 675 patrones con tres entradas que corresponden con el ángulo de deriva,  $\alpha$ , el deslizamiento,  $i$ , y la carga normal,  $F_z$ , respectivamente y como salida la fuerza longitudinal,  $F_x$ , la fuerza lateral,  $F_y$ , y el momento autoalineante,  $M_z$ , dependiendo del patrón observado. Los

valores de entradas y salidas representados en la figura 6.5, no son los utilizados en el aprendizaje de la red, puesto que, con tales valores de entrada, se comprobó la incapacidad de la red para aprender. La medida adoptada fue acotar los valores de entrada y salida entre -1 y 1. Para ello se normalizaron los valores según las siguientes expresiones:

- Carga normal:  $Fz'_i = \frac{Fz_i}{6000}$  (6.4)

- Fuerza longitudinal:  $Fx'_i = \frac{Fx_i}{6603}$  (6.5)

- Fuerza lateral:  $Fy'_i = \frac{Fy_i}{5207}$  (6.6)

- Momento autoalineante:  $Mz'_i = \frac{Mz_i}{151,5}$  (6.7)

En la figura 6.6 se muestra los valores empleados para un entrenamiento favorable. Como en el caso anterior, cada patrón está compuesto por tres entradas que corresponden con el ángulo de deriva, el deslizamiento y la carga normal respectivamente y con una salida que describe la fuerza longitudinal, la fuerza lateral o el momento autoalineante.

<pre> No. of patterns : 675 No. of input units : 3 No. of output units : 1  # Input pattern 1: -0.171 0 1 # Output pattern 1: -0,044979555 # Input pattern 2: -0.171 -0.01 1 # Output pattern 2: -0,08420415 # Input pattern 3: -0.171 -0.02 1 # Output pattern 3: -0,122822959 </pre>	<pre> No. of patterns : 675 No. of input units : 3 No. of output units : 1  # Input pattern 1: -0.171 0 1 # Output pattern 1: 1 # Input pattern 2: -0.171 -0.01 1 # Output pattern 2: 0,993278279 # Input pattern 3: -0.171 -0.02 1 # Output pattern 3: 0,989053198 </pre>	<pre> No. of patterns : 50 No. of input units : 3 No. of output units : 1  # Input pattern 1: -0.171 -0.02 1 # Output pattern 1: -0,555775578 # Input pattern 2: -0.171 -0.26 1 # Output pattern 2: -0,479867987 # Input pattern 3: -0.171 -0.6 1 # Output pattern 3: -0,440924092 </pre>
a)	b)	c)

Figura 6.6: Patrón de tres entradas y una salida con los valores acotados entre -1 y 1:

a) Fuerza longitudinal, b) Fuerza lateral y c) Momento autoalineante

Los datos seleccionados como patrones de entrenamiento o patrones de validación fueron escogidos aleatoriamente. Además, para garantizar un correcto aprendizaje de la red neuronal es necesario que dichos datos de validación cubran completamente las curvas descritas. Para ello, en el apartado 6.3.2, se verán representados gráficamente los datos utilizados para el aprendizaje y los datos empleados para la validación de la fuerza longitudinal, la fuerza lateral y el momento autoalineante.

### 6.3.2 Selección de patrones de aprendizaje y validación

Para el proceso de aprendizaje y posterior validación de la red se utilizan una serie de datos elegidos al azar de los disponibles. La serie de datos está compuesta por 825 grupos de valores de entre los cuales se seleccionan 675 para el entrenamiento de la red y 150 para su validación.

Las entradas están formadas por el ángulo de deriva,  $\alpha$ , el índice de deslizamiento,  $i$ , y la carga normal,  $F_z$ , y las salidas ofrecidas son la fuerza longitudinal,  $F_x$ , la fuerza lateral,  $F_y$ , y el momento autoalineante,  $M_z$ .

Dado el gran número de factores implicados en el desarrollo del problema, existen numerosas formas de representarlos, por ello, cada uno de los esfuerzos es analizado individualmente.

#### 6.3.2.1 Fuerza longitudinal

Se comienza analizando la figura 6.7 donde se representa la fuerza longitudinal frente al deslizamiento para distintas cargas normales, manteniéndose constante el ángulo de deriva.

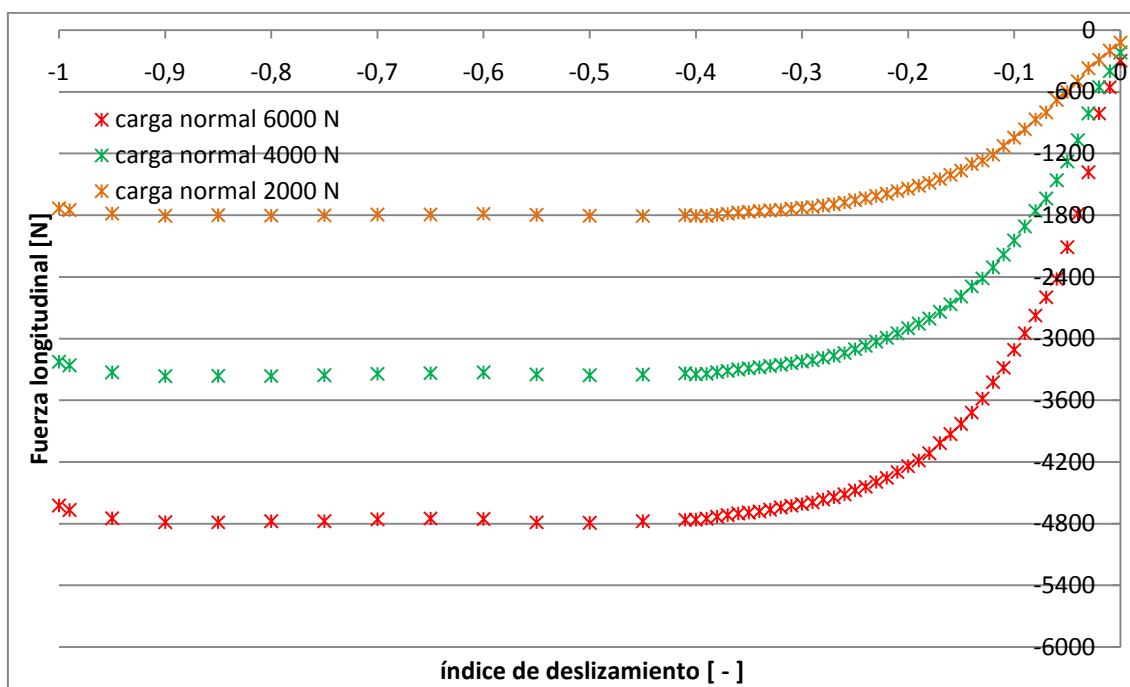


Figura 6.7: Fuerza longitudinal vs deslizamiento para distintas cargas normales

A continuación, se mantiene constante el valor de la carga normal, y se procede a la misma representación que en la figura anterior pero ante distintos ángulos de deriva. El resultado se observa en la figura 6.8. Este formato de gráfica, debido a su mayor capacidad de representación, es el elegido para representar los patrones de aprendizaje y los de validación frente a la serie de datos disponibles para comprobar que éstos cubren completamente la curva descrita.

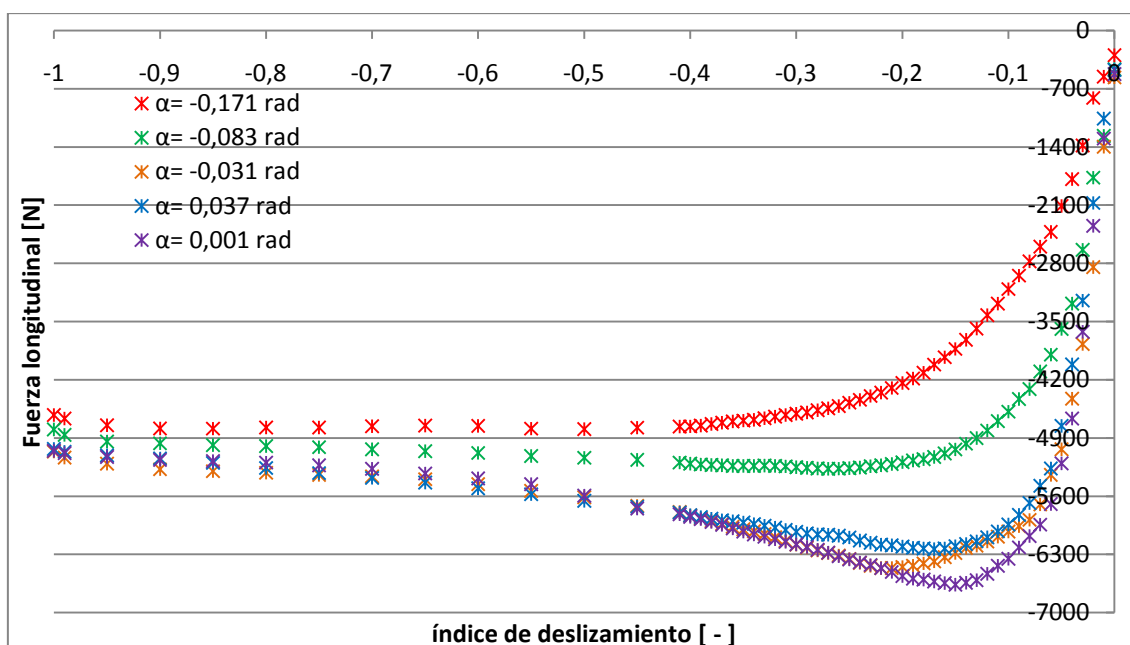


Figura 6.8: Fuerza longitudinal vs deslizamiento para distintos deslizamientos

En las figuras 6.9, 6.10 y 6.11 se muestran los valores de aprendizaje y validación de la fuerza longitudinal para cargas normales de 6000 N, 4000 N y 2000 N respectivamente, frente al deslizamiento. En ellas se observa, por un lado y en azul, la curva formada por la lista de datos disponibles dependiendo del ángulo de deriva analizado, con los que se procederá al entrenamiento de la red. Por otro lado, con marca roja, se representan los patrones utilizados como validación para comprobar que el aprendizaje se ha realizado correctamente.

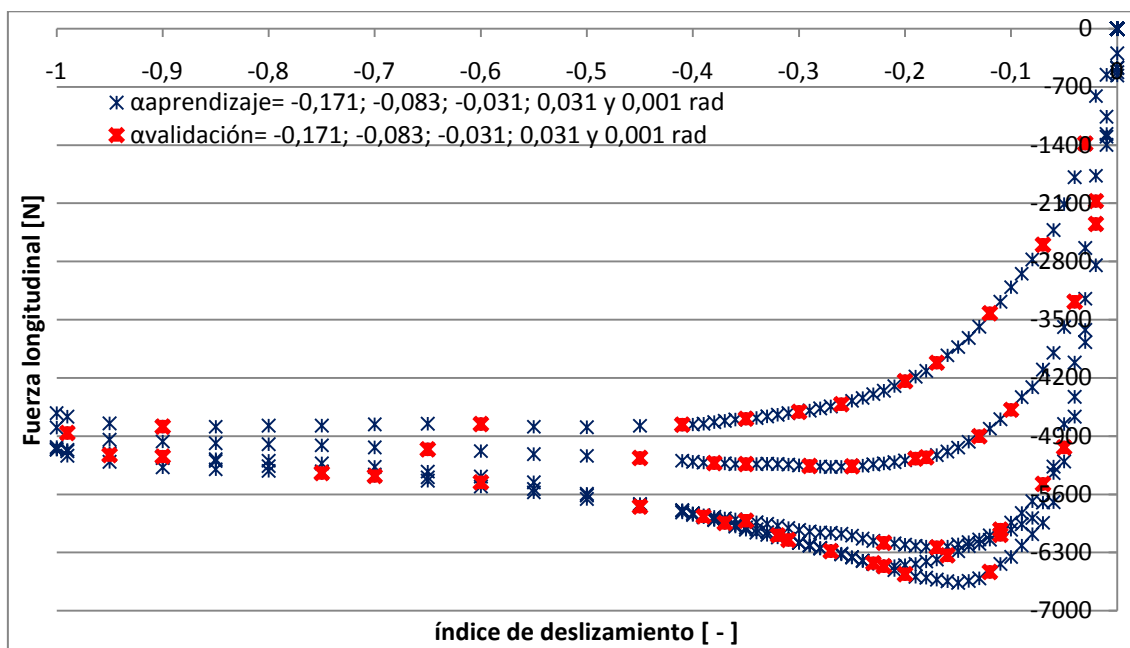


Figura 6.9: Fuerza longitudinal frente a deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 6000 N

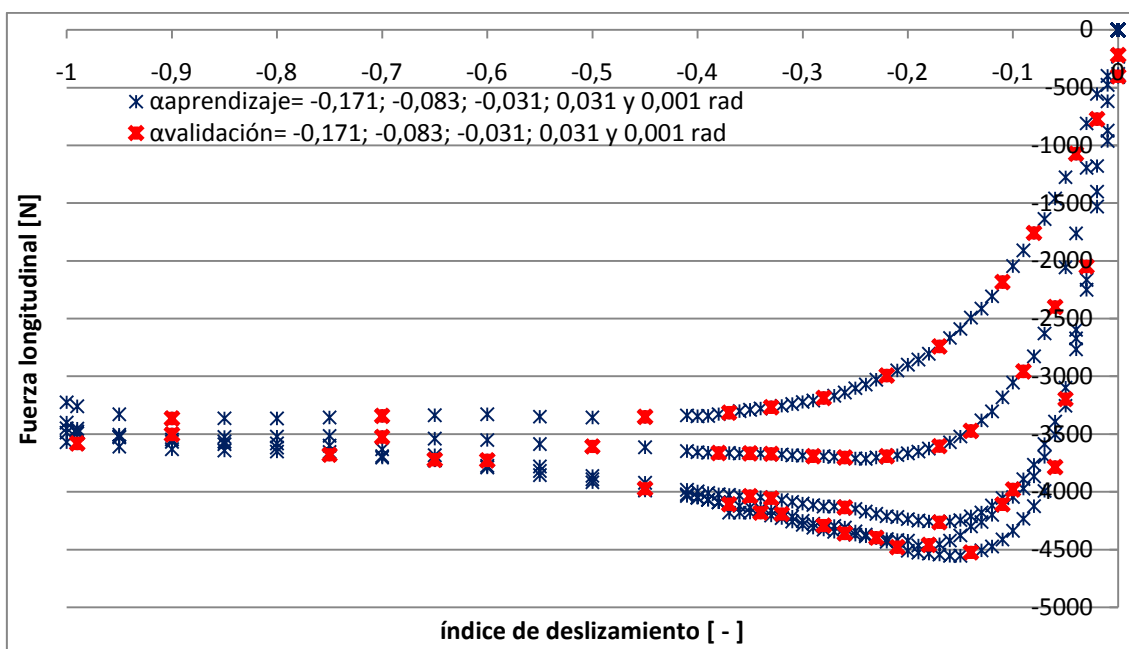


Figura 6.10: Fuerza longitudinal frente a deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 4000 N

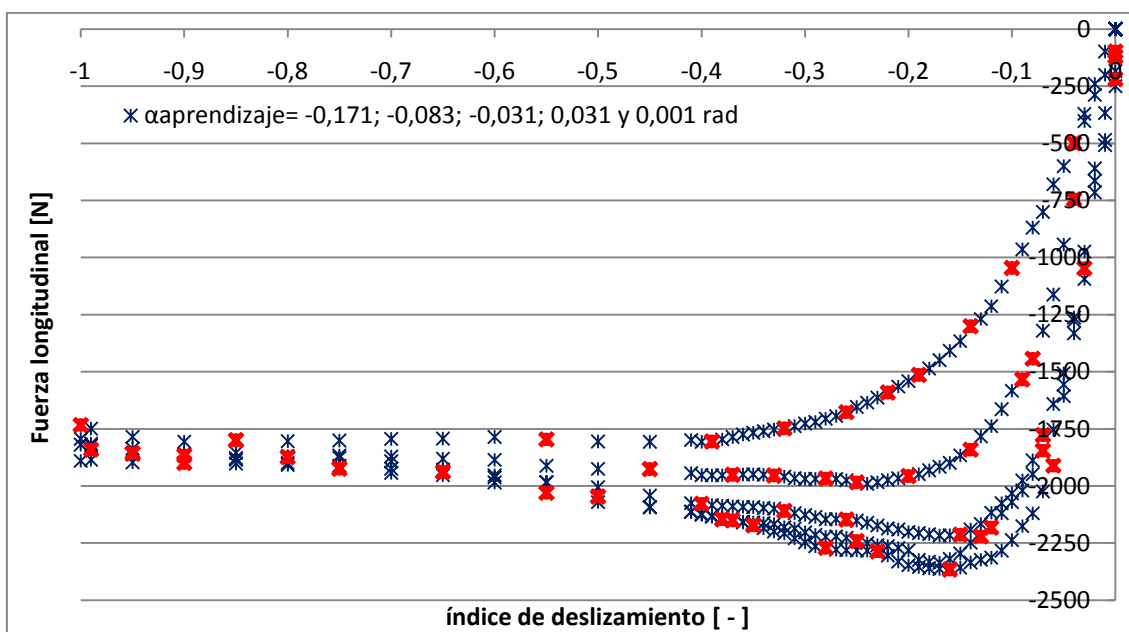


Figura 6.11: Fuerza longitudinal frente a deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 2000 N

### 6.3.2.2 Fuerza lateral

A continuación, se procede a representar los datos para el análisis correspondiente a la fuerza lateral.

La figura 6.12 muestra la fuerza lateral frente al deslizamiento para varias cargas normales y manteniendo constante el ángulo de deriva.

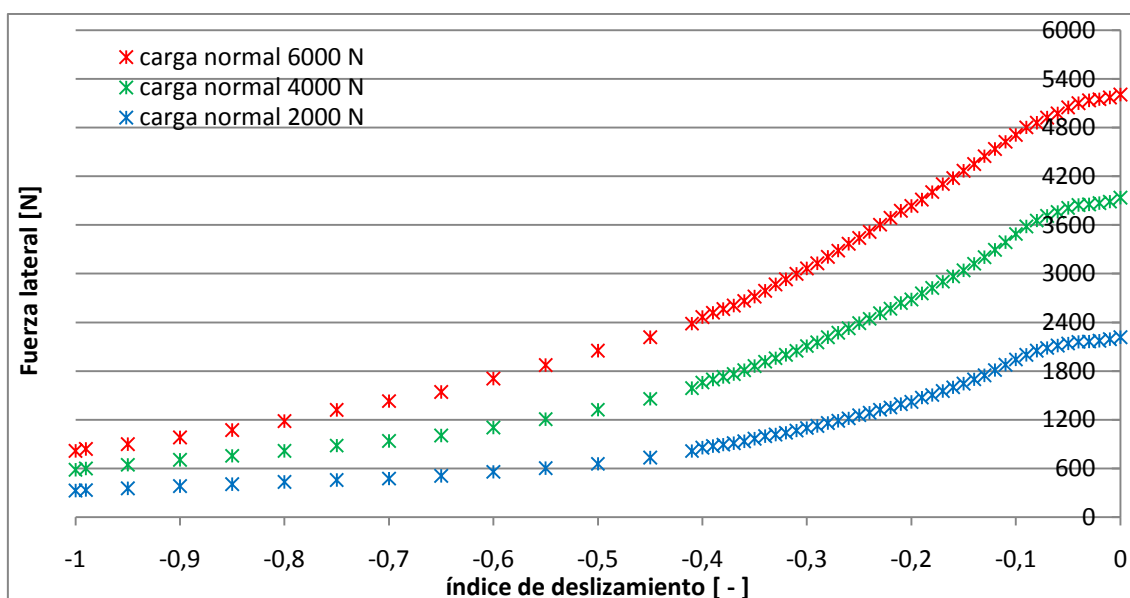


Figura 6.12: Fuerza transversal Vs deslizamiento para distintas cargas normales

Otra forma de representar los mismos datos es la mostrada en la figura 6.13 donde se puede observar la fuerza lateral frente al deslizamiento para distintos ángulos de deriva, manteniendo constante la carga normal. De nuevo, es el tipo de gráfico elegido para representar los patrones de aprendizaje y los patrones de validación.

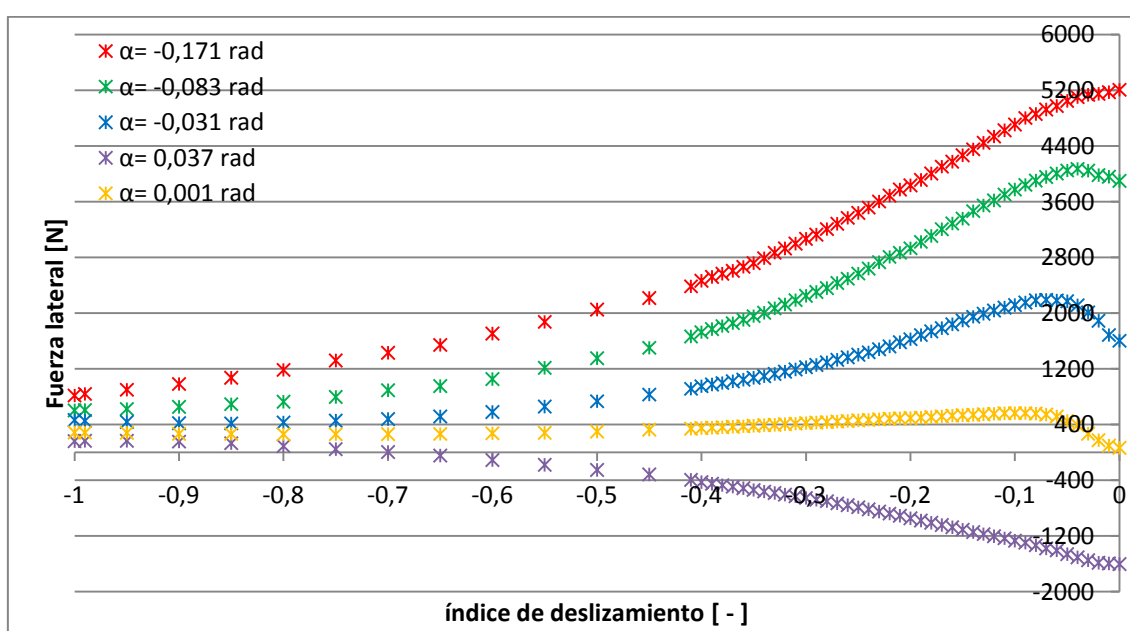


Figura 6.13: Fuerza lateral para distintos ángulos de deriva

En las figuras 6.14, 6.15 y 6.16, se observa las representaciones para cargas normales de 6000 N, 4000 N y 2000 N, respectivamente.

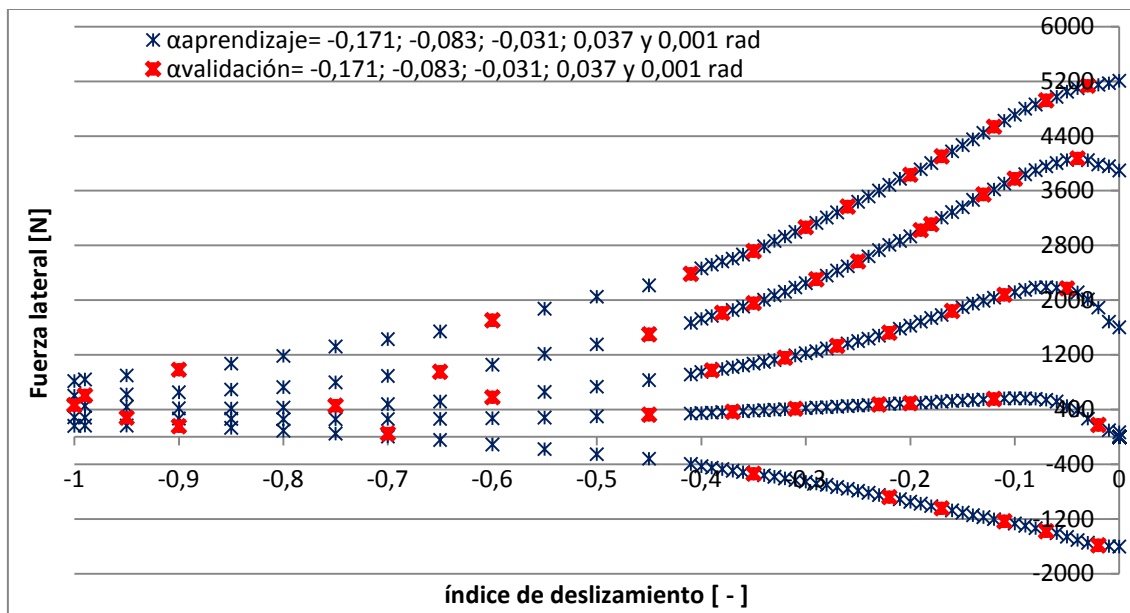


Figura 6.14: Fuerza lateral para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 6000 N

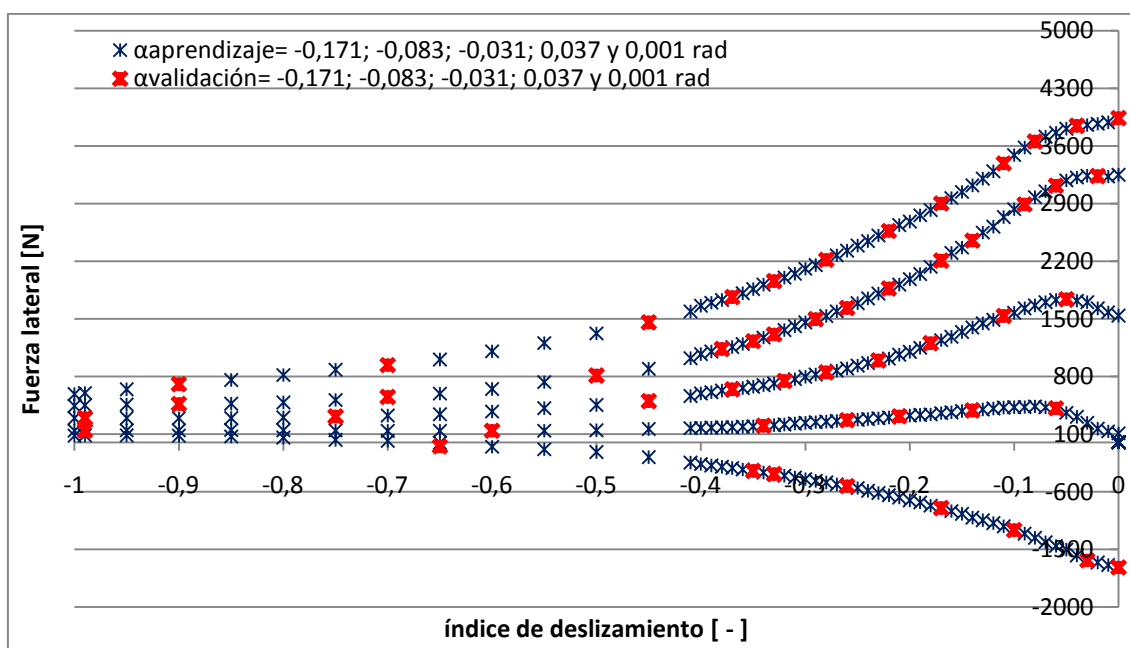


Figura 6.15: Fuerza lateral para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 4000 N



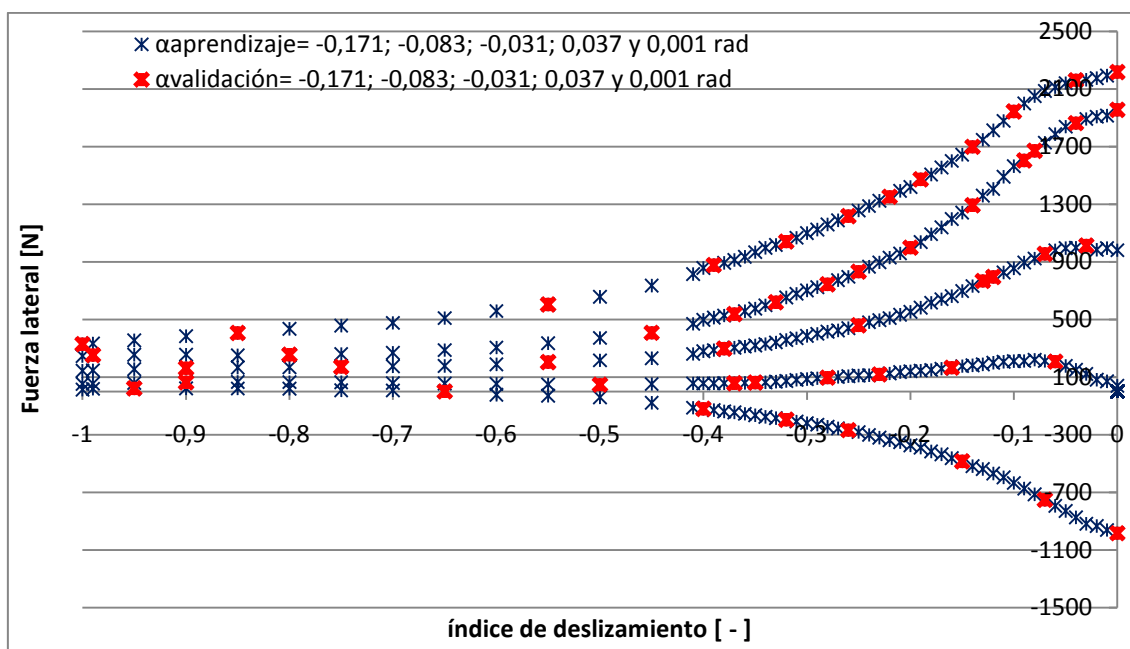


Figura 6.16: Fuerza transversal para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 2000 N

### 6.3.2.3 Momento Autoalineante

Por último, se analizan los datos relativos al momento autoalineante y la relación de éste con la carga normal, el ángulo de deriva y el índice de deslizamiento.

En la figura 6.17 se puede observar el momento autoalineante frente al deslizamiento para distintas cargas normales y, manteniendo constante el ángulo de deriva.

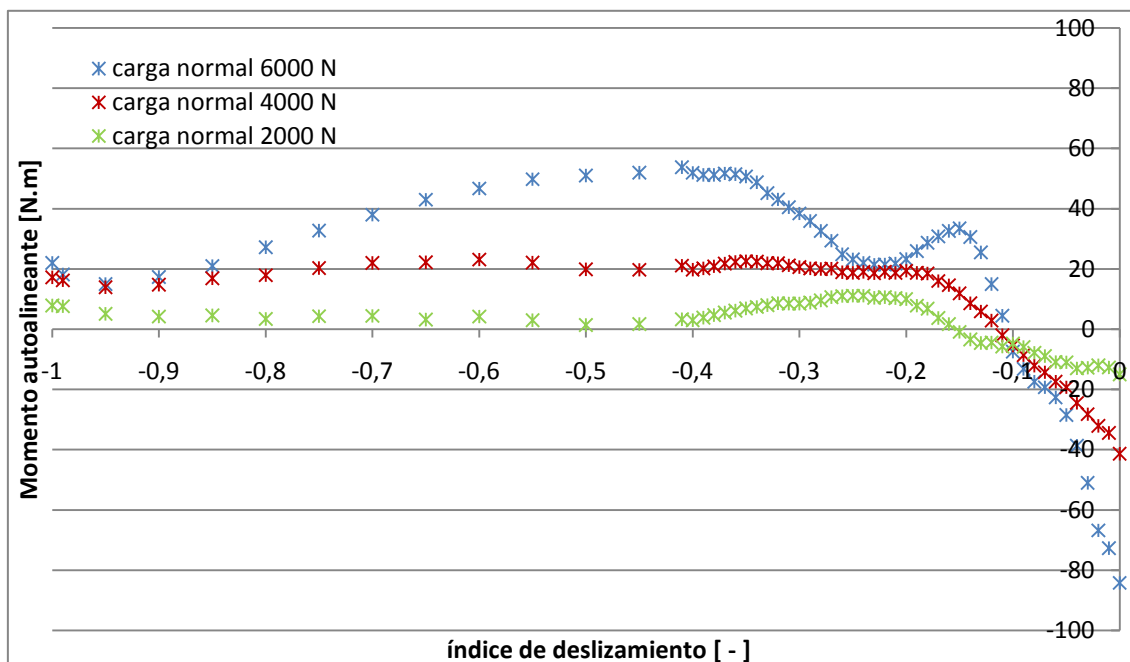


Figura 6.17: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintas cargas

A continuación se muestran, en la figura 6.18, las curvas del momento autoalineante frente al deslizamiento para distintos ángulos de deriva, manteniendo constante la carga normal.

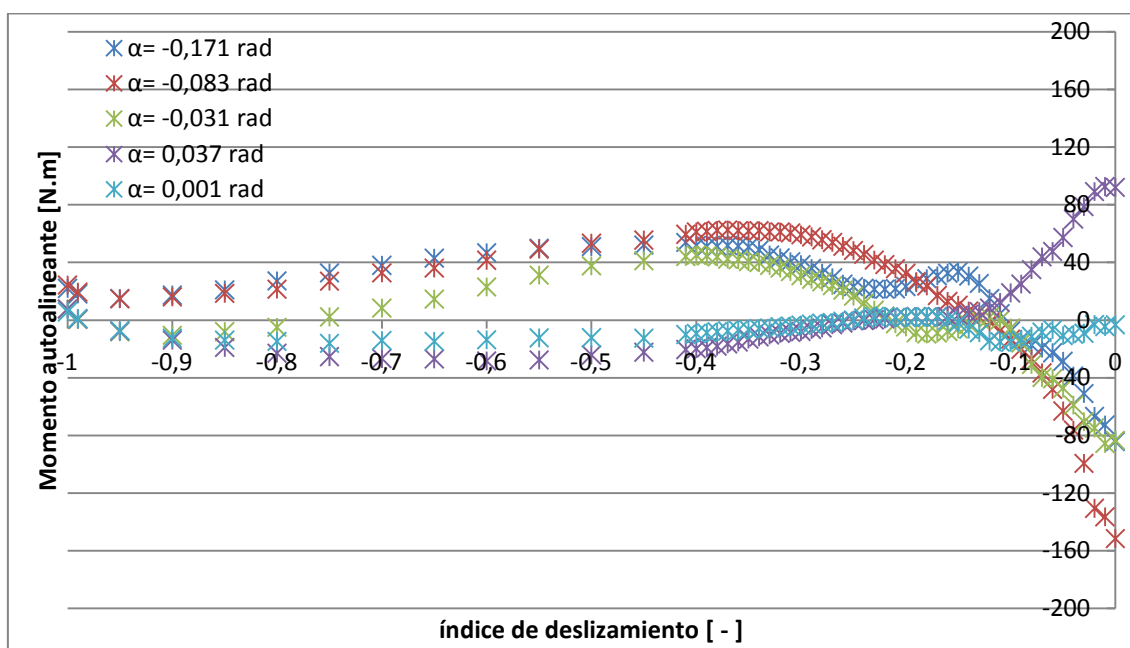


Figura 6.18: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintos ángulos de deriva

Por último se muestran los valores utilizados para el aprendizaje y los empleados para su posterior validación. Éstos aparecen representados en las figuras 6.19, 6.20 y 6.21. Con estas tres últimas gráficas finaliza la representación de los patrones de aprendizaje y los de validación.

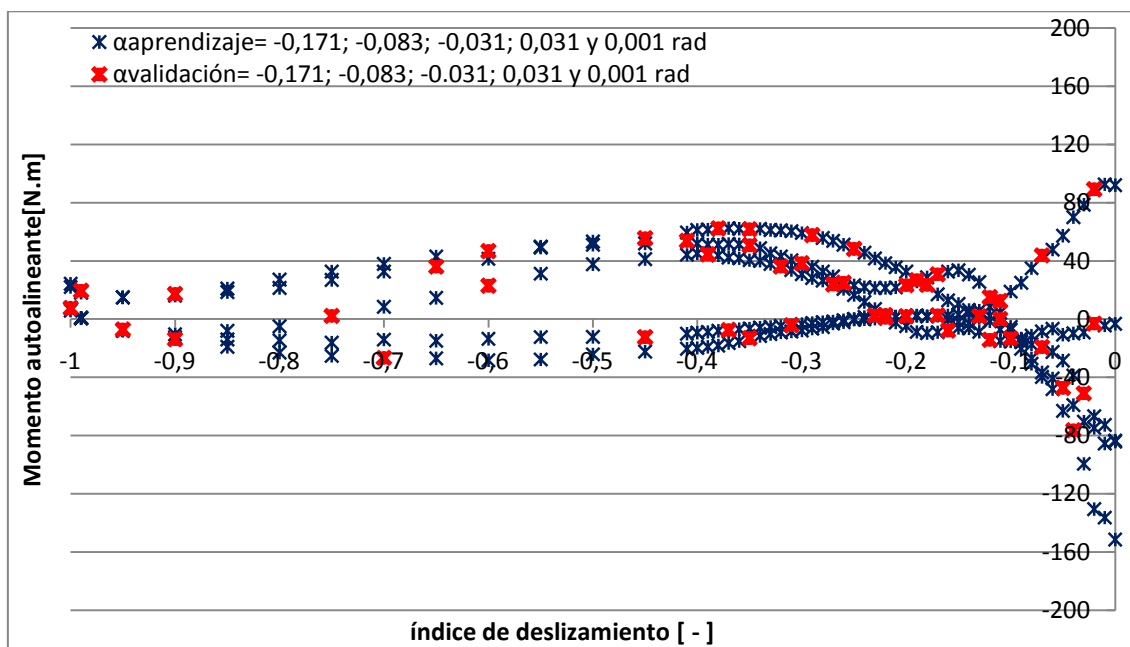


Figura 6.19: *Momento autoalineante vs deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 6000 N*

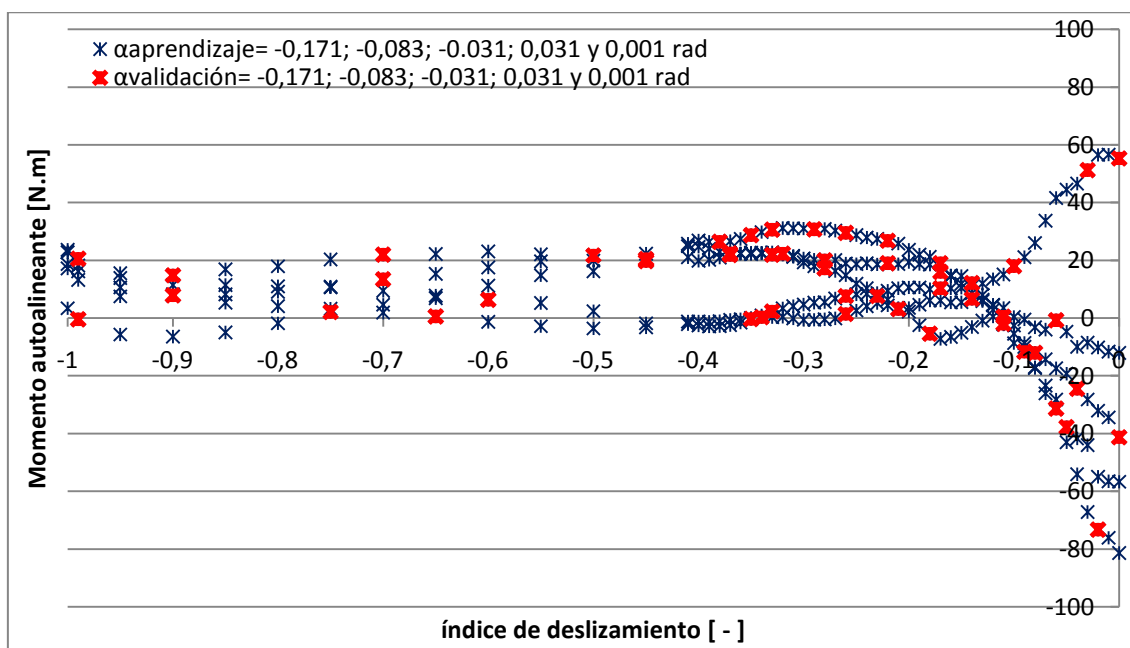


Figura 6.20: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 4000 N

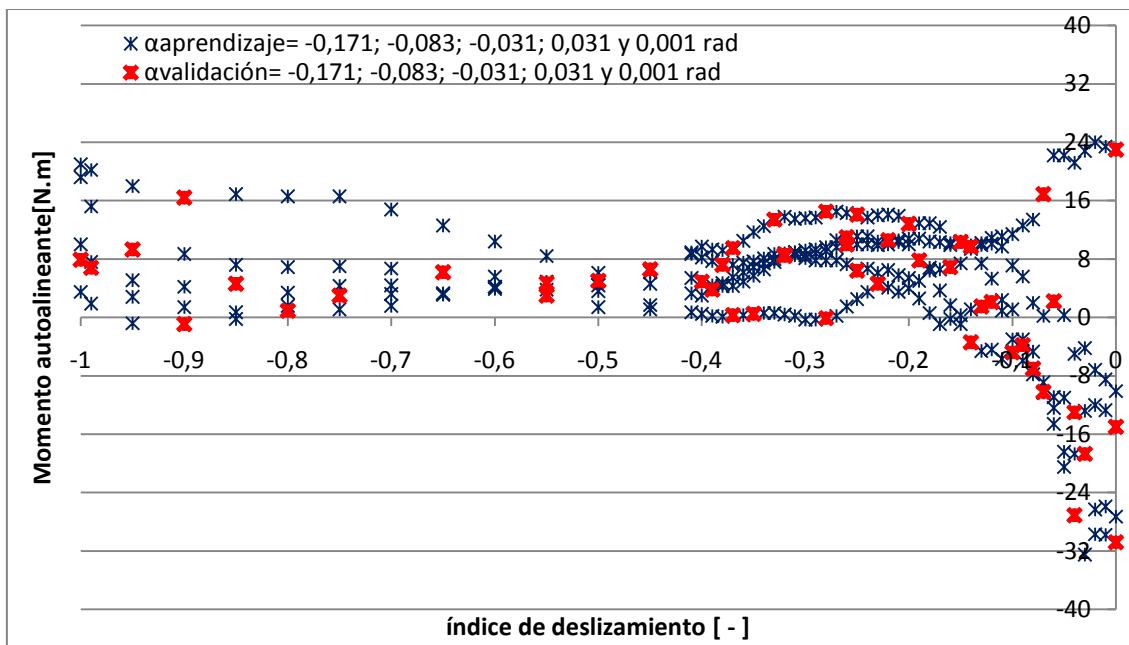


Figura 6.21: Momento autoalineante vs deslizamiento para distintos ángulos de deriva y una carga normal de 2000 N

## 6.4 Entrenamiento de red

### 6.4.1 Introducción

Este apartado del proyecto está dedicado al aprendizaje de las distintas redes creadas: 3\_5\_1, 3\_10\_1, 3\_15\_1 y 3\_20\_1. Para ello, hay que definir, además de la tipología descrita en el apartado 6.2, los factores de aprendizaje que se emplean en el entrenamiento y justificar el porqué de su elección.

#### 6.4.1.1. Función de activación

Para la capa de entrada y las capas ocultas, se utiliza como función de activación la función sigmoideal. La elección de dicha función se debe a que presenta una buena respuesta en las redes que utilizan el algoritmo de retropropagación. La función sigmoideal presenta dos variables: la función tangente hiperbólica y la función logística, ambas con características similares. Se decide utilizar la primera de ellas, porque el

rango de salida se encuentra entre -1 y 1, mientras que la función logística sólo produce salidas positivas. De esta manera, no se limita el comportamiento de las neuronas.

### 6.4.1.2 Factor de aprendizaje

El factor o tasa de aprendizaje es el elemento encargado del entrenamiento de red y la importancia reside en su correcta elección para proporcionar resultados favorables. Si el factor es un valor alto, el error disminuye a gran velocidad, necesitando menos tiempo para alcanzar un valor de error aceptable. El problema radica en que el error final obtenido es mayor que el alcanzado con una tasa de aprendizaje más pequeña, siendo esta última más lenta durante el aprendizaje. La figura 6.22 representa la evolución del error dependiendo de la tasa de aprendizaje usado.

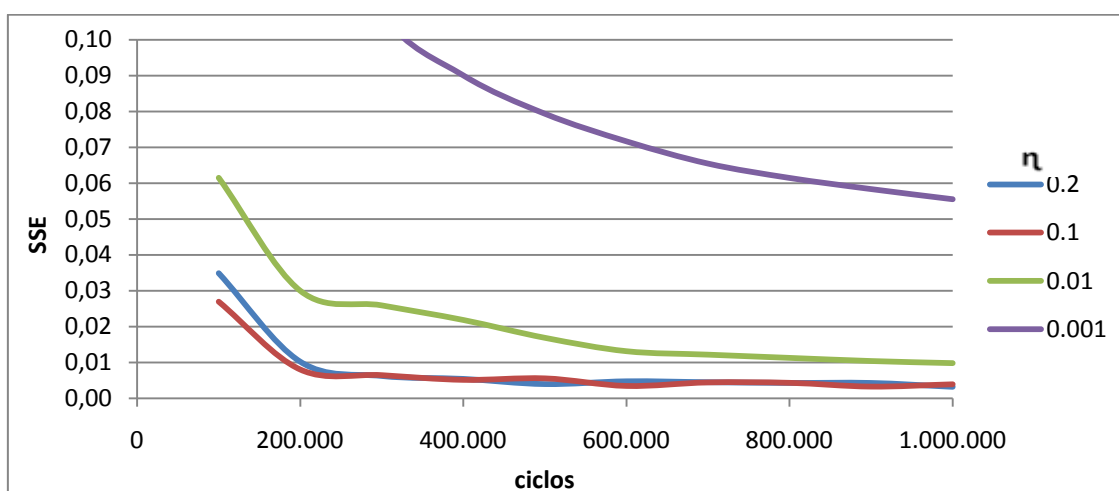


Figura 6.22: Evolución de error SSE frente a distintos factores de aprendizaje

La metodología utilizada en el análisis será la siguiente: Se comenzará el entrenamiento seleccionando un factor de aprendizaje alto, y se mantendrá constante mientras el error siga descendiendo. Cuando alcanza un valor tal que no se consiga reducir más el error, se disminuirá el factor de aprendizaje procediendo de la misma forma, hasta que se alcance el valor de error final.

### 6.4.1.3 Error de entrenamiento de red

Para determinar la calidad de los resultados proporcionados por la red neuronal, se recurre a una función que calcula el error existente entre la salida proporcionada por la red y la salida que debería proporcionar. Algunas medidas estándar del error son:

- La suma de los cuadrados de los errores (*Sum of Square Errors, SSE*) definida como:

$$SSE = \sum_p \sum_i (Y_{pi} - \hat{Y}_{pi})^2 \quad (6.8)$$

donde,

$p$  pertenece al conjunto de patrones

$i$  es el número de neuronas en la capa de salida

$\hat{Y}_p$  es la salida proporcionada por la red ante la presentación del patrón de entrada  $Y_p$ .

- El error cuadrático medio (*Mean Square Error, MSE*) definido como:

$$MSE = \frac{\sum_p \sum_i (Y_{pi} - \hat{Y}_{pi})^2}{r} = \frac{SSE}{r} \quad (6.9)$$

donde  $r$  es el número de patrones utilizados en el aprendizaje.

- La raíz cuadrada del error cuadrático medio (*Root Mean Square Error, RMSE*) definida como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_p \sum_i (Y_{pi} - \hat{Y}_{pi})^2}{r}} = \sqrt{MSE} \quad (6.10)$$

Como la salida de la red depende directamente del valor que tenga los pesos en un determinado instante, se puede afirmar que el error cometido es función de los pesos de la red. El algoritmo de aprendizaje tratará de buscar un conjunto de pesos que minimice este error.

#### 6.4.1.4 Error de validación

A la hora de seleccionar qué tipología de red aprende de una forma más favorable hay que analizar varios tipos de error que se explican a continuación.

En el apartado anterior, ha quedado definido el error SSE y la información que éste proporciona. El programa ofrece dos tipos de error: SSE de entrenamiento y SSE de validación.

El error SSE de entrenamiento indica el error final alcanzado por todos los patrones que son utilizados durante el proceso de entrenamiento de red; mientras que el error SSE de validación define el error obtenido utilizando los patrones de validación sin propagar dichos valores en la red, es decir, manteniendo los pesos en las neuronas que fueron alcanzados con anterioridad durante el periodo de aprendizaje.

### 6.4.2 Entrenamiento de las redes para la fuerza longitudinal, $F_x$

Las redes 3\_5\_1, 3\_10\_1, 3\_15\_1 y 3\_20\_1 se entrenarán para poder seleccionar cuál de ellas aprende de forma más favorable. Para ello se irá disminuyendo paulatinamente la tasa de aprendizaje, el número de ciclos señalados, hasta alcanzar el error final.

#### 6.4.2.1 Red 3\_5\_1

Los resultados obtenidos durante el entrenamiento de la fuerza longitudinal para la red 3\_5\_1 son los indicados en la tabla 6.1.

Tabla 6.1: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para la red 3\_5\_1

RED 3_5_1 PARA $F_x$			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [ $\text{kN}^2$ ]	FINAL [ $\text{kN}^2$ ]
0,2	2.000.000	3428,43	21,59
0,1	12.500.000	21,59	15,01
0,01	2.000.000	15,01	11,66
0,001	1.000.000	11,66	11,06

En la tabla 6.1 aparecen reflejados los resultados del entrenamiento para una red de cinco neuronas en la capa intermedia. Como se observa, el estudio comienza con la aplicación de un factor de entrenamiento de 0,2; se trata de un valor alto, por lo tanto, el error descendió considerablemente desde un valor inicial de 6428,43  $\text{kN}^2$  hasta un error final de 21,59  $\text{kN}^2$  después de dos millones de ciclos, punto a partir del cual no seguía produciéndose ese descenso de error. Por lo tanto se optó por variar el factor aprendizaje a un valor menor, concretamente de 0,1. El resultado obtenido es de nuevo un descenso considerable del error SSE hasta alcanzar un valor de 15,01  $\text{kN}^2$  después de doce millones y medio de ciclos. De nuevo se procedió a disminuir la tasa de aprendizaje, hasta un valor de 0,01 alcanzando un error de 11,66  $\text{kN}^2$  después de dos millones de ciclos. Finalmente, se entrenó la red con un factor de aprendizaje de 0,001 a partir del cual el error no disminuía ni por la sucesión de ciclos en un primer lugar, ni por un nuevo descenso del factor de aprendizaje. Por lo tanto, el valor de error de SSE es de 11,06  $\text{kN}^2$ .

El programa SNNS proporciona una herramienta gráfica para representar la evolución del error. El inconveniente que presenta es que sólo es capaz de representar hasta un número bajo de ciclos, por esta razón, las gráficas que aparecen en este proyecto fueron realizadas a partir de una hoja de cálculo.

La figura 6.23 representa el error de la red 3\_5\_1 durante el entrenamiento de la fuerza longitudinal en función del número de ciclos de aprendizaje. En ella, se observa las oscilaciones que experimenta el error a lo largo de los ciclos dependiendo del factor de entrenamiento. Las oscilaciones correspondientes a los factores de aprendizaje más altos son a la vez más pronunciadas, mientras que utilizando tasas de aprendizaje más bajas, se logra estabilizar el error. Esto es debido a que la variación de pesos en la red entre un ciclo y el siguiente es menos pronunciada para factores de aprendizaje bajos.

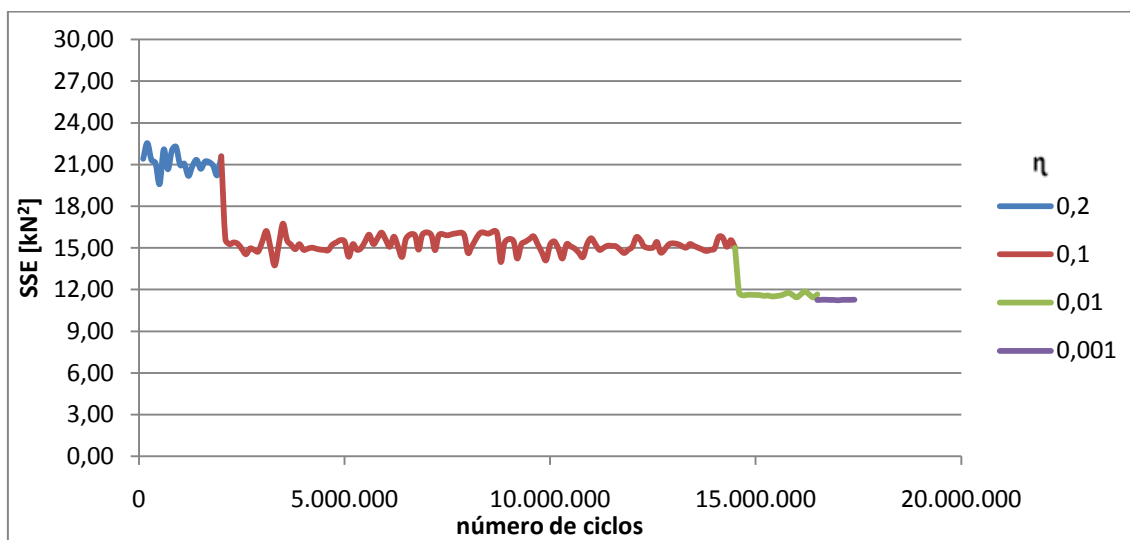


Figura 6.23: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para la red 3\_5\_1

### 6.4.2.2 Red 3\_10\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_10\_1 para el análisis de la fuerza longitudinal son los recogidos en la tabla 6.2.

Tabla 6.2: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para la red 3\_10\_1

RED 3_10_1 PARA FX			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN²]	FINAL [kN²]
0,2	2.000.000	10168,26	12,44
0,1	4.500.000	12,44	6,23
0,01	1.000.000	6,23	5,28
0,001	1.000.000	5,24	<b>5,18</b>



El entrenamiento comienza con un error inicial de  $10168,26 \text{ kN}^2$  descendiendo hasta  $12,44 \text{ kN}^2$  después de ser entrenada durante dos millones de ciclos con un factor de aprendizaje de 0,2. Posteriormente y a medida que van avanzando los ciclos y disminuyendo el factor de aprendizaje se obtiene un valor final de  $5,18 \text{ kN}^2$  después de ocho millones y medio de ciclos.

En la figura 6.24 se ha representando gráficamente la evolución del error, para una red con diez neuronas en la capa oculta, y para distintos factores de aprendizaje.

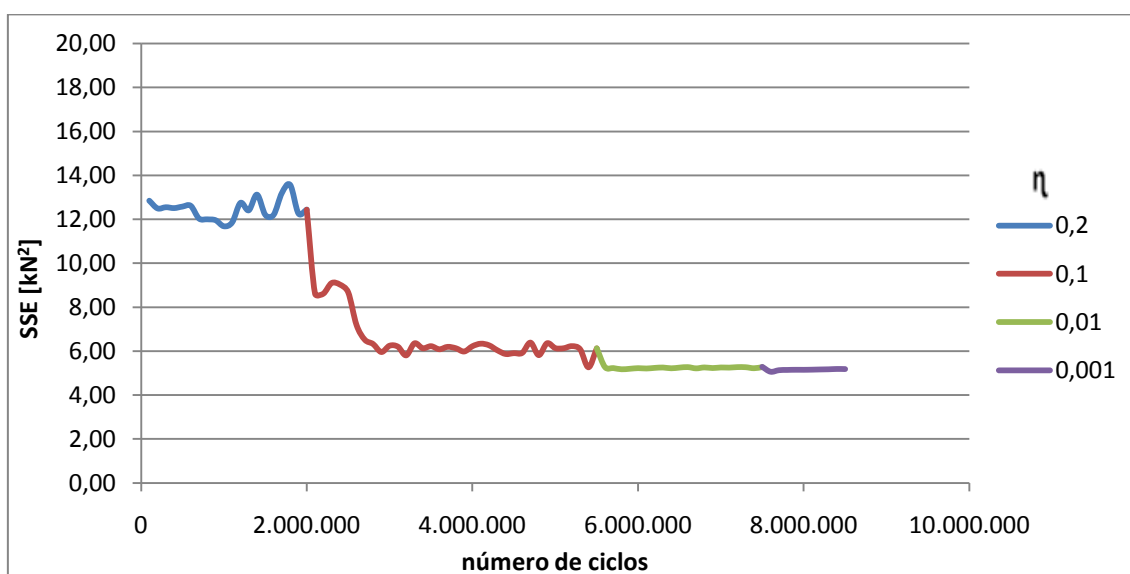


Figura 6.24: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3\_10\_1

### 6.4.2.3 Red 3\_15\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_15\_1 para el análisis de la fuerza longitudinal son los recogidos en la tabla 6.3.

Tabla 6.3: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para la red 3\_15\_1

RED 3_15_1 PARA FX			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [ $\text{kN}^2$ ]	FINAL [ $\text{kN}^2$ ]
0,2	1.000.000	5191,70	13,82
0,1	4.500.000	13,82	7,91
0,01	3.500.000	7,91	6,11

0,001	500.000	6,11	<b>5,87</b>
-------	---------	------	-------------

El entrenamiento comienza con un error inicial de 5191,70 kN<sup>2</sup> hasta alcanzar un valor final de 5,87 kN<sup>2</sup> después de nueve millones y medio de ciclos.

En la figura 6.25 se observa la evolución del error a lo largo de los ciclos para los cuales la red ha sido entrenada.

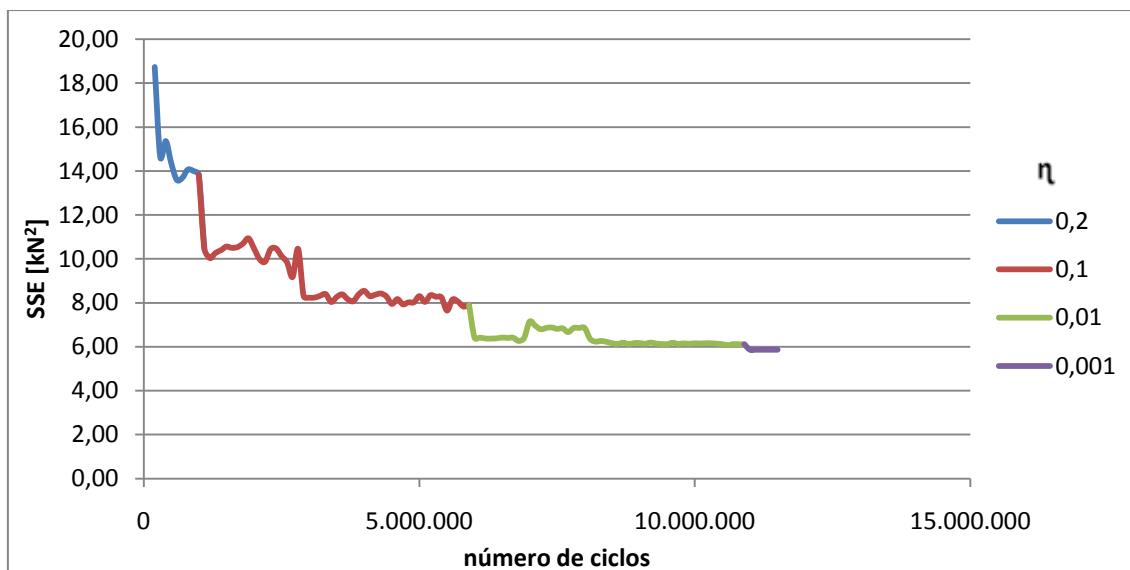


Figura 6.25: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3\_15\_1

### 6.4.2.4 Red 3\_20\_1

Por último, se analiza la red 3\_20\_1 obteniéndose resultados similares a los obtenidos en los casos anteriores. En la tabla 6.4 se recogen los errores de entrenamiento.

Tabla 6.4: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para la red 3\_20\_1

RED 3_20_1 PARA FX			
η	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN²]	FINAL [kN²]
0,2	1.000.000	14686,33	78,99
0,1	4.000.000	78,99	12,16
0,01	1.000.000	12,16	<b>6,50</b>

El error final alcanzando es de  $6,5 \text{ kN}^2$ , después de 6.000.000 de ciclos.

En la figura 6.26 se representa la evolución del error para distintos factores de entrenamiento.

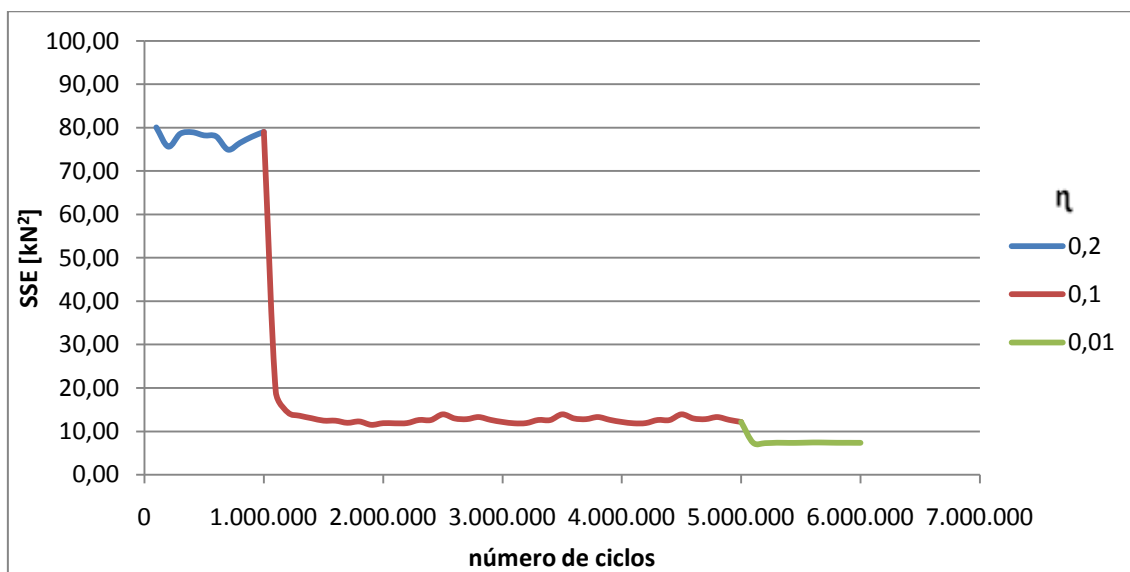


Figura 6.26: Evolución del error SSE de la fuerza longitudinal para red 3\_20\_1

### 6.4.3. Entrenamiento de las redes para la fuerza lateral, $F_y$

Para el análisis de los resultados obtenidos en el entrenamiento para la fuerza lateral, se procede de forma similar a la seguida en el entrenamiento para la fuerza longitudinal. Para ello, se usan de nuevo las redes con las mismas tipologías.

#### 6.4.3.1. Red 3\_5\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_5\_1 para el análisis de la fuerza lateral son los recogidos en la tabla 6.5.

Tabla 6.5: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para la red 3\_5\_1

RED 3_5_1 PARA FY			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN <sup>2</sup> ]	FINAL [kN <sup>2</sup> ]
0,2	2.000.000	2110,31	7,55
0,1	10.000.000	7,55	6,09
0,01	4.000.000	6,09	5,01
0,001	1.000.000	5,01	5,01

El entrenamiento de red comienza con un error inicial de 2110,31 kN<sup>2</sup> descendiendo hasta 5,01 kN<sup>2</sup> después de ser entrenada durante diecisiete millones de ciclos.

En la figura 6.27 se observa gráficamente la evolución del error.

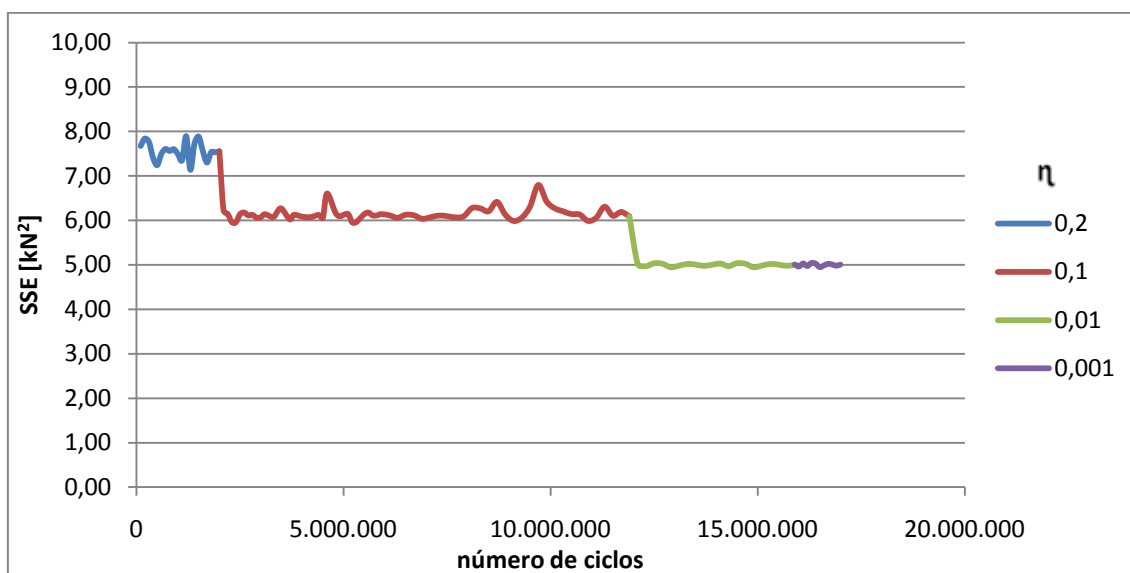


Figura 6.27: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3\_5\_1

#### 6.4.3.2. Red 3\_10\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_10\_1 para el análisis de la fuerza lateral son los recogidos en la tabla 6.6.

Tabla 6.6: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para la red 3\_10\_1

RED 3_10_1 PARA FY			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN <sup>2</sup> ]	FINAL [kN <sup>2</sup> ]

0,2	2.000.000	4257,00	0,95
0,1	3.000.000	0,95	0,47
0,01	3.000.000	0,47	<b>0,36</b>

El entrenamiento comienza con un error inicial de 4257 kN<sup>2</sup> hasta alcanzar un valor final de 0,36 kN<sup>2</sup> después de ocho millones de ciclos.

En la figura 6.28 se representa gráficamente la evolución del error a lo largo de los ciclos y para distintos factores de aprendizaje.

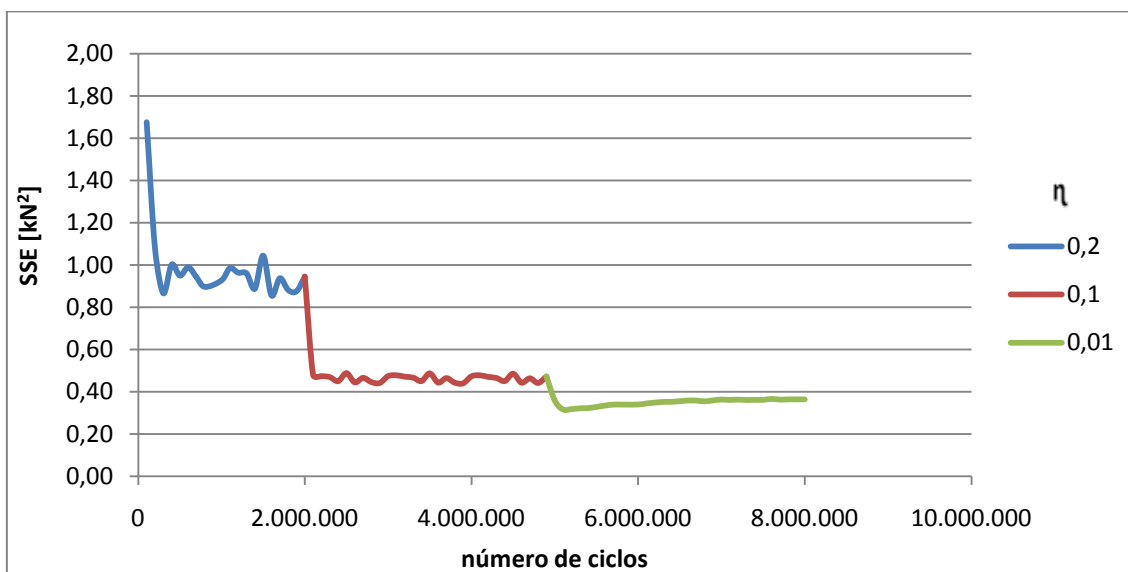


Figura 6.28: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3\_10\_1

#### 6.4.3.3. Red 3\_15\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_15\_1 para el análisis de la fuerza lateral son los recogidos en la tabla 6.7.

Tabla 6.7: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para la red 3\_15\_1

RED 3_15_1 PARA FY		
n	Nº CICLOS	SSE

		INICIAL [kN <sup>2</sup> ]	FINAL [kN <sup>2</sup> ]
0,2	3.000.000	1605,45	0,85
0,1	8.000.000	0,85	0,26
0,01	500.000	0,26	0,14

El error final alcanzado en el entrenamiento es de 0,14 kN<sup>2</sup> después de once millones y medio de ciclos.

En la figura 6.29 se representa gráficamente la evolución de error, dónde también aparecen diferenciados los distintos factores de aprendizaje.

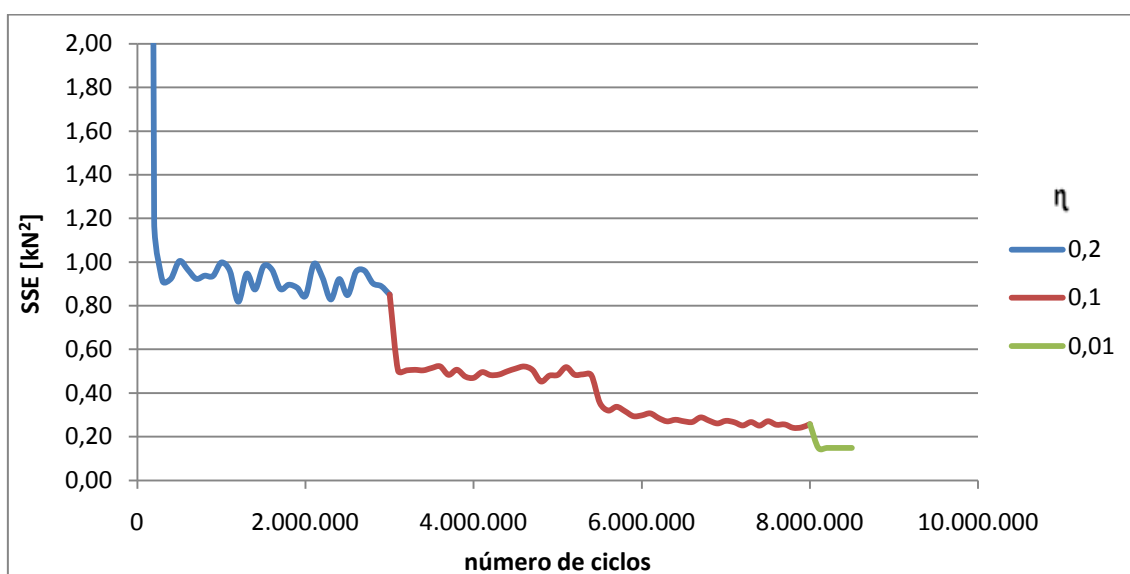


Figura 6.29: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3\_15\_1

#### 6.4.3.4. Red 3\_20\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_20\_1 para el análisis de la fuerza lateral son los recogidos en la tabla 6.8.

Tabla 6.8: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para la red 3\_20\_1

RED 3_20_1 PARA FY
--------------------

$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN <sup>2</sup> ]	FINAL [kN <sup>2</sup> ]
0,2	3.000.000	1718,31	0,97
0,1	7.000.000	0,97	0,32
0,01	7.000.000	0,32	0,16
0,001	500.000	0,16	<b>0,15</b>

El entrenamiento comienza con un error inicial de 1718,31 kN<sup>2</sup> hasta alcanzar un valor final de 0,15 kN<sup>2</sup> después de diecisiete millones y medio de ciclos.

En la figura 6.30 se representa la evolución del error.

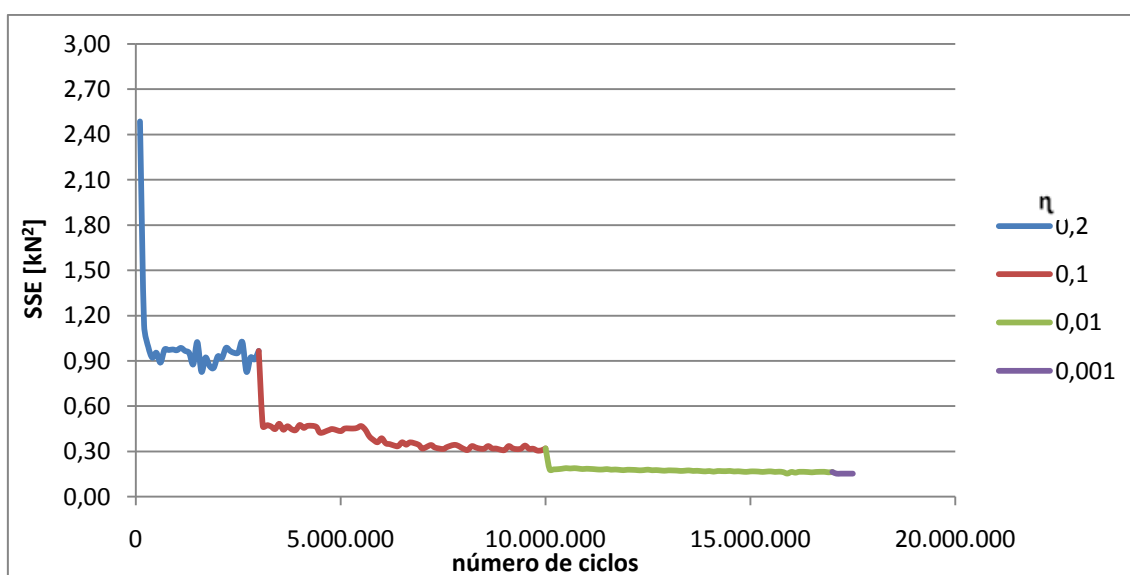


Figura 6.30: Evolución del error SSE de la fuerza lateral para red 3\_20\_1

### 6.4.3. Entrenamiento de las redes para el momento autoalineante, Mz

Por último, se exponen los resultados del entrenamiento para el momento autoalineante.

#### 6.4.3.1. Red 3\_5\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_5\_1 para el análisis del momento autoalineante son los recogidos en la tabla 6.9.

Tabla 6.9: Evolución del error SSE del momento autoalineante para la red 3\_5\_1

RED 3_5_1 PARA MZ			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> ]	FINAL [kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> ]
0,2	3.000.000	5,35	1,23
0,1	4.000.000	1,23	1,23
0,01	1000.000	1,23	1,23

El entrenamiento comienza con un error inicial de 5,35 kN<sup>2</sup>.m<sup>2</sup> descendiendo hasta 1,23 kN<sup>2</sup>.m<sup>2</sup> después de ser entrenada durante ocho millones de ciclos.

En la figura 6.31 se ha representando la evolución del error para distintos factores de entrenamiento.

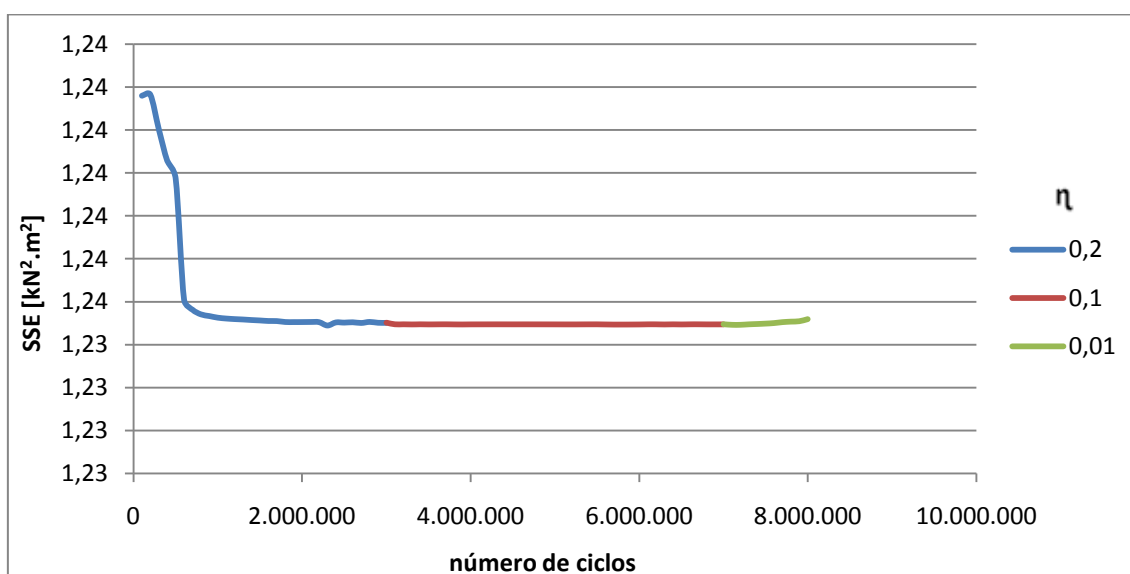


Figura 6.31: Evolución del error SSE del momento autoalineante para red 3\_5\_1

### 6.4.3.2. Red 3\_10\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_10\_1 para el análisis del momento autoalineante son los recogidos en la tabla 6.10.

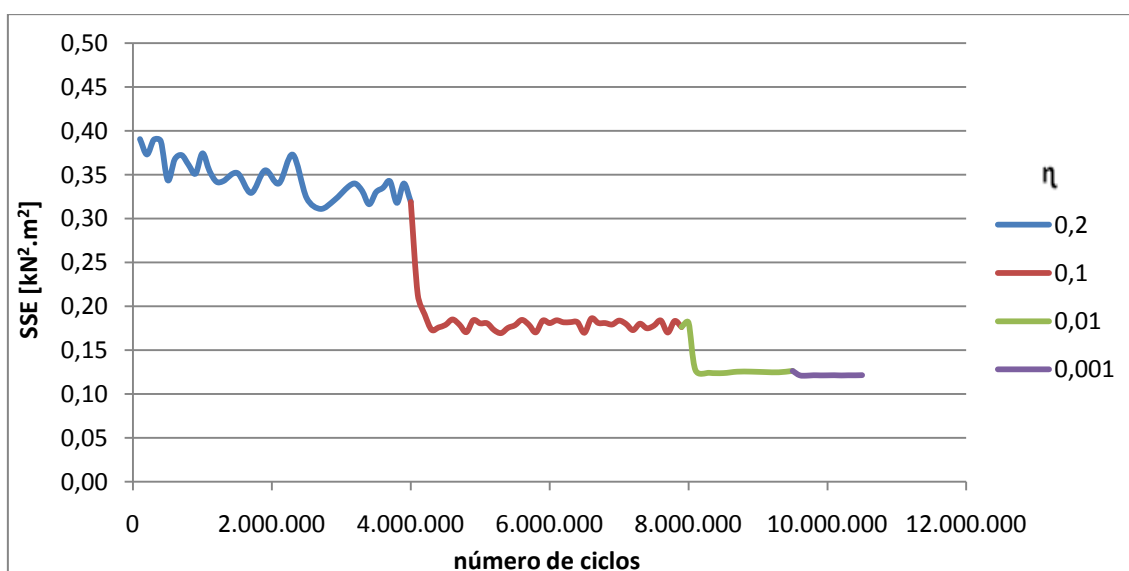
Tabla 6.10: Evolución del error SSE del momento autoalineante para la red 3\_10\_1



RED 3_10_1 PARA MZ			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> ]	FINAL [kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> ]
0,2	4.000.000	3,39	0,32
0,1	4.000.000	0,32	0,18
0,01	1.500.000	0,18	0,13
0,001	2.000.000	0,13	<b>0,12</b>

El entrenamiento comienza con un error inicial de 3,39 kN<sup>2</sup>.m<sup>2</sup> hasta alcanzar una valor final de 0.12 kN<sup>2</sup>.m<sup>2</sup> después de once millones y medio de ciclos.

En la gráfica 6.32 se representa la evolución de error para los distintos factores de entrenamiento.



Gráfica 6.32: Evolución del error SSE del momento autoalineante para red 3\_10\_1

#### 6.4.3.3. Red 3\_15\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_15\_1 para el análisis del momento autoalineante son los recogidos en la tabla 6.11.

Tabla 6.11: Evolución del error SSE del momento autoalineante para la red 3\_15\_1

RED 3_15_1 PARA MZ			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> ]	FINAL [kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> ]
0,2	4.000.000	6,70	0,34
0,1	2.000.000	0,34	0,22
0,01	2.000.000	0,22	0,14
0,001	1.000.000	0,14	<b>0,13</b>

El entrenamiento de red comienza con un error inicial de 6,7 kN<sup>2</sup>.m<sup>2</sup> descendiendo hasta 0,13 kN<sup>2</sup>.m<sup>2</sup> después de ser entrenada durante nueve millones de ciclos.

En la figura 6.33 se representa gráficamente la evolución del error, dónde también aparecen diferenciados los distintos factores de aprendizaje.

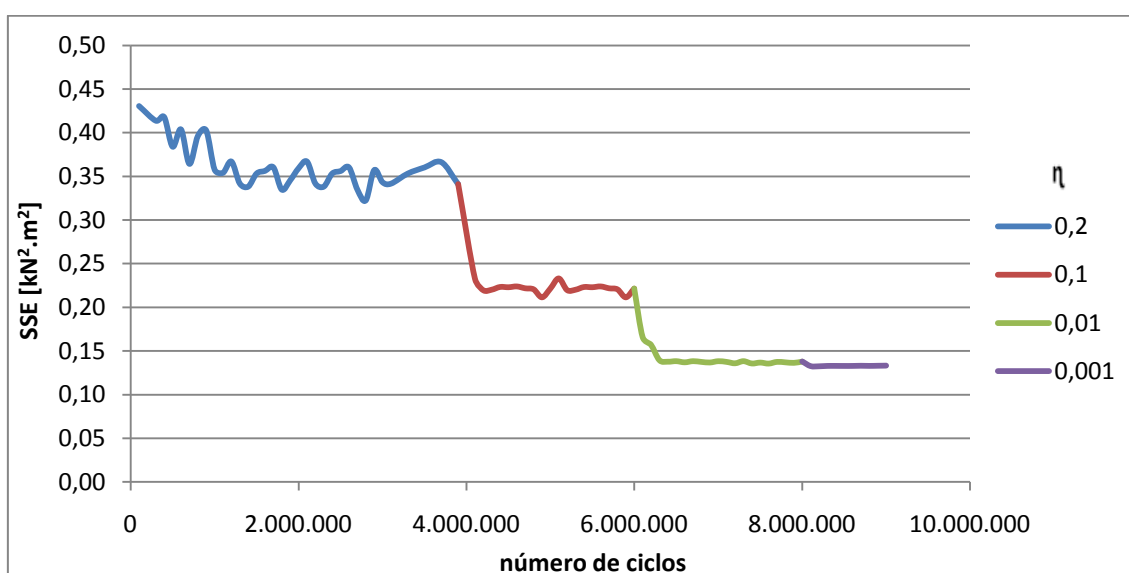


Figura 6.33: Evolución del error SSE del momento autoalineante para red 3\_15\_1

#### 6.4.3.4. Red 3\_20\_1

Los resultados del entrenamiento de la red 3\_20\_1 para el análisis del momento autoalineante son los recogidos en la tabla 6.12.

Tabla 6.12: Evolución del error SSE del momento autoalineante para la red 3\_20\_1

RED 3_20_1 PARA MZ			
$\eta$	Nº CICLOS	SSE	
		INICIAL [kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> ]	FINAL [kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> ]
0,2	5.000.000	1,46	0,34
0,1	5.000.000	0,34	0,22
0,01	4.000.000	0,22	0,14
0,001	1.000.000	0,14	<b>0,13</b>

El error final es de 0,13 kN<sup>2</sup>.m<sup>2</sup> después de quince millones de ciclos.

En la figura 6.34 se representa gráficamente la evolución del error.

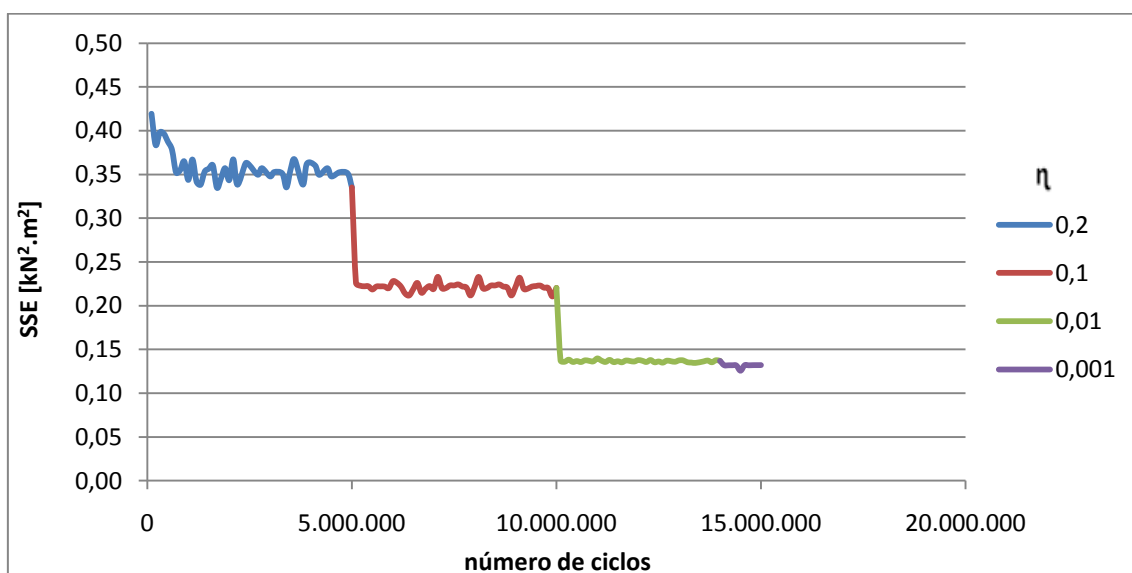


Figura 6.34: Evolución del error SSE del momento autoalineante para red 3\_20\_1

## 6.5 Validación del modelo

Los resultados de las redes entrenadas para cada uno de los esfuerzos estudiados se exponen y analizan en este apartado. Para ello, se propagan los datos preseleccionados como datos validación obteniendo el error para las redes entrenadas.

### 6.5.1. Datos de validación para la fuerza longitudinal

Los resultados obtenidos en el proceso de entrenamiento para la fuerza longitudinal se resumen en la tabla 6.13; en ella se observa el error SSE alcanzando durante el aprendizaje y el error de validación para las diferentes tipologías de red estudiadas.

Tabla 6.13: Comparativa del entrenamiento para  $F_x$

ERROR	RED			
	3_5_1	3_10_1	3_15_1	3_20_1
SSE Aprendizaje [kN <sup>2</sup> ]	11,06	5,18	5,87	6,50
SSE Validación [kN <sup>2</sup> ]	4,88	2,12	3,48	3,89

La red que ha aprendido de forma más favorable es la formada por diez neuronas en la capa oculta, debido a que, tanto los errores SSE obtenidos durante la fase de entrenamiento como los errores obtenidos en la fase de validación son menores que con las demás tipologías de red.

Para proceder a la validación del modelo de red, se emplea la red 3\_10\_1 entrenada, es decir, manteniendo la misma distribución de pesos que se alcanzó en el proceso de aprendizaje, y se propaga los patrones de validación. A través de la herramienta “Analyzer” (ver Anexo A), se obtiene la diferencia entre las salidas deseadas y las salidas reales que ofrece la red, o dicho de otra forma, el error para cada uno de los patrones. Se emplean 150 patrones para validar la red. El valor de la salida real y la salida deseada, así como el error entre ambas, se puede observar en la tabla 6.14 para una carga normal de 6000 N. Además, estos datos corresponden a la fuerza longitudinal para ángulos de deriva de -0,171 rad (patrones del 1 al 11), -0,083 rad (patrones del 36 al 47), -0,031 rad (patrones del 75 al 84), 0,037 rad (patrones del 104 al 101) y 0,001 rad (patrones del 128 al 135).

Tabla 6.14: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 6000 N

P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]	P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]
1	-1380,03	-1564,91	184,88	77	-6332,28	-6437,93	105,65
2	-2594,98	-2667,61	72,63	78	-6464,34	-6411,51	-52,83
3	-3420,35	-3486,38	66,03	79	-6279,45	-6272,85	-6,60
4	-4014,62	-4001,42	-13,20	80	-6094,57	-6114,38	19,81
5	-4239,13	-4225,92	-13,21	81	-5863,46	-5929,49	66,03
6	-4516,45	-4556,07	39,62	82	-5454,08	-5592,74	138,66
7	-4608,89	-4688,13	79,24	83	-5341,83	-5414,46	72,63
8	-4688,13	-4767,37	79,24	84	-5064,50	-5104,12	39,62
9	-4760,76	-4773,97	13,21	104	-2073,34	-1914,87	-158,47
10	-4754,16	-4734,35	-19,81	105	-5473,89	-5638,96	165,07
11	-4787,18	-4800,38	13,20	106	-6021,94	-6167,20	145,26
36	-3281,69	-3182,65	-99,04	107	-6233,23	-6299,26	66,03
37	-4582,48	-4661,72	79,24	108	-6180,41	-6220,03	39,62
38	-4899,43	-5031,49	132,06	109	-5916,29	-5889,88	-26,41
39	-5156,94	-5341,83	184,89	110	-5381,45	-5401,25	19,80
40	-5170,15	-5374,84	204,69	111	-5143,74	-5143,74	0,00
41	-5262,59	-5421,06	158,47	128	-2350,67	-2826,08	475,41
42	-5262,59	-5374,84	112,25	129	-6530,37	-6536,97	6,60
43	-5236,18	-5275,80	39,62	130	-6556,78	-6589,79	33,01
44	-5222,97	-5222,97	0,00	131	-6424,72	-6497,35	72,63
45	-5163,55	-5150,34	-13,21	132	-6147,39	-6206,82	59,43
46	-5057,90	-5110,72	52,82	133	-5942,70	-6015,33	72,63
47	-4859,81	-5018,28	158,47	134	-5744,61	-5823,85	79,24
75	-5038,09	-4952,25	-85,84	135	-5123,93	-5071,10	-52,83
76	-6087,97	-6154,00	66,03				

Se puede observar que, para una carga normal de 6000 N, los errores obtenidos son muy bajos. El más desfavorable de los resultados ofrecidos corresponde al patrón 128 alcanzándose un error de 475,42 N. Descartando este patrón, el siguiente caso donde se observa un mayor error es al validar la red con el patrón 40, donde la diferencia ofrecida por el programa es de 204,69 N, disminuyendo el error en más de la mitad que el mencionado en el patrón anterior.

Para analizar el error que proporciona la red se va a proceder a su representación gráfica. En la figura 6.35 se representan los resultados mostrados en la tabla 6.14.

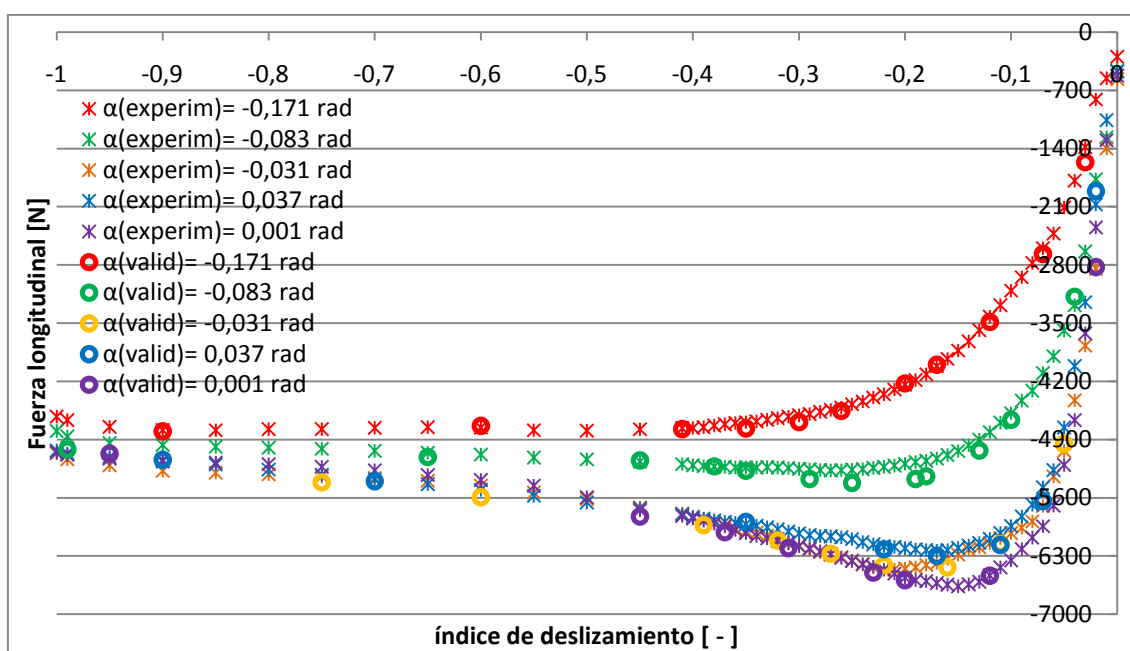


Figura 6.35: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 6000 N

Los resultados deseados o experimentales aparecen representados con un aspa, mientras que los datos obtenidos mediante el programa son representados con un círculo.

Se observa que, en general, la red ha aprendido de forma favorable. Las mayores desviaciones se producen para un ángulo de deriva de  $-0,083$  rad, pero los errores son bajos puesto que, como ya se ha mencionado, dentro de esta serie (ángulo de deriva de  $-0,081$  rad) el máximo error se produce en el patrón 40 y difiere en un 4 % de la salida deseada.

A partir de los datos obtenidos de la tabla 6.14 y de la figura 6.35, se puede afirmar que, la red 3\_10\_1, entrenada para obtener los esfuerzos longitudinales ante acciones combinadas, ha aprendido de forma favorable y se ha podido validar la red para una carga normal de 6000 N.

A continuación se realiza el mismo análisis para los resultados ofrecidos por la red 3\_10\_1 en el estudio de la fuerza longitudinal, pero en este caso para una carga normal de 4000 N. Los valores obtenidos se reflejan en la tabla 6.15. La numeración de los patrones responde de la siguiente forma, dependiendo del ángulo de deriva:  $-0,171$  rad (patrones del 12 al 22),  $-0,083$  rad (patrones del 48 al 61),  $-0,031$  rad (patrones del 85 al 94),  $0,037$  rad (patrones del 112 al 119) y  $0,001$  rad (patrones del 136 al 142).

Tabla 6.15: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 4000 N

P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]	P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]
<b>12</b>	-217,90	180,26	-398,16	<b>85</b>	-3195,85	-3057,19	-138,66
<b>13</b>	-1069,69	-1188,54	118,85	<b>86</b>	-4107,07	-4192,91	85,84
<b>14</b>	-1756,40	-1928,08	171,68	<b>87</b>	-4457,03	-4463,63	6,60
<b>15</b>	-2185,59	-2284,64	99,05	<b>88</b>	-4397,60	-4417,41	19,81
<b>16</b>	-2740,25	-2766,66	26,41	<b>89</b>	-4291,95	-4311,76	19,81
<b>17</b>	-2991,16	-3037,38	46,22	<b>90</b>	-4192,91	-4225,92	33,01
<b>18</b>	-3189,25	-3255,28	66,03	<b>91</b>	-4107,07	-4133,48	26,41
<b>19</b>	-3268,49	-3347,72	79,23	<b>92</b>	-3975,01	-4021,23	46,22
<b>20</b>	-3314,71	-3380,74	66,03	<b>93</b>	-3677,87	-3743,90	66,03
<b>21</b>	-3347,72	-3380,74	33,02	<b>94</b>	-3578,83	-3545,81	-33,02
<b>22</b>	-3341,12	-3387,34	46,22	<b>112</b>	-402,78	304,40	-707,18
<b>48</b>	-772,55	-983,85	211,30	<b>113</b>	-2046,93	-1994,11	-52,82
<b>49</b>	-2396,89	-2370,48	-26,41	<b>114</b>	-3981,61	-4087,26	105,65
<b>50</b>	-2958,14	-2951,54	-6,60	<b>115</b>	-4265,54	-4404,20	138,66
<b>51</b>	-3473,18	-3479,78	6,60	<b>116</b>	-4133,48	-4258,94	125,46
<b>52</b>	-3605,24	-3644,86	39,62	<b>117</b>	-4054,24	-4120,27	66,03
<b>53</b>	-3691,08	-3770,31	79,23	<b>118</b>	-4041,04	-4087,26	46,22
<b>54</b>	-3704,28	-3790,12	85,84	<b>119</b>	-3724,09	-3770,31	46,22
<b>55</b>	-3691,08	-3776,92	85,84	<b>136</b>	-3783,52	-351,94	-3431,58
<b>56</b>	-3671,27	-3750,50	79,23	<b>137</b>	-4523,06	-4503,25	-19,81
<b>57</b>	-3664,67	-3730,70	66,03	<b>138</b>	-4476,83	-4476,83	0,00
<b>58</b>	-3664,67	-3704,28	39,61	<b>139</b>	-4357,98	-4351,38	-6,60
<b>59</b>	-3605,24	-3644,86	39,62	<b>140</b>	-4179,70	-4153,29	-26,41
<b>60</b>	-3526,00	-3592,03	66,03	<b>141</b>	-3724,09	-3809,93	85,84
<b>61</b>	-3506,19	-3499,59	-6,60	<b>142</b>	-3908,98	-3492,99	-415,99

Los errores de validación más elevados son los que ofrecen los patrones 12, 112 y 136 con unos errores de 398,18 N, 707,18 N y 3431,58 N, respectivamente.

Los patrones anteriores tienen una característica común, todos ellos corresponden a datos de entradas donde el deslizamiento es cero, aunque difieran en el ángulo de deriva. Esta característica se puede observar en la figura 6.36, donde se muestra los resultados obtenidos para validar la red 3\_10\_1 ante las salidas ofrecidas para una carga normal de 4000 N.

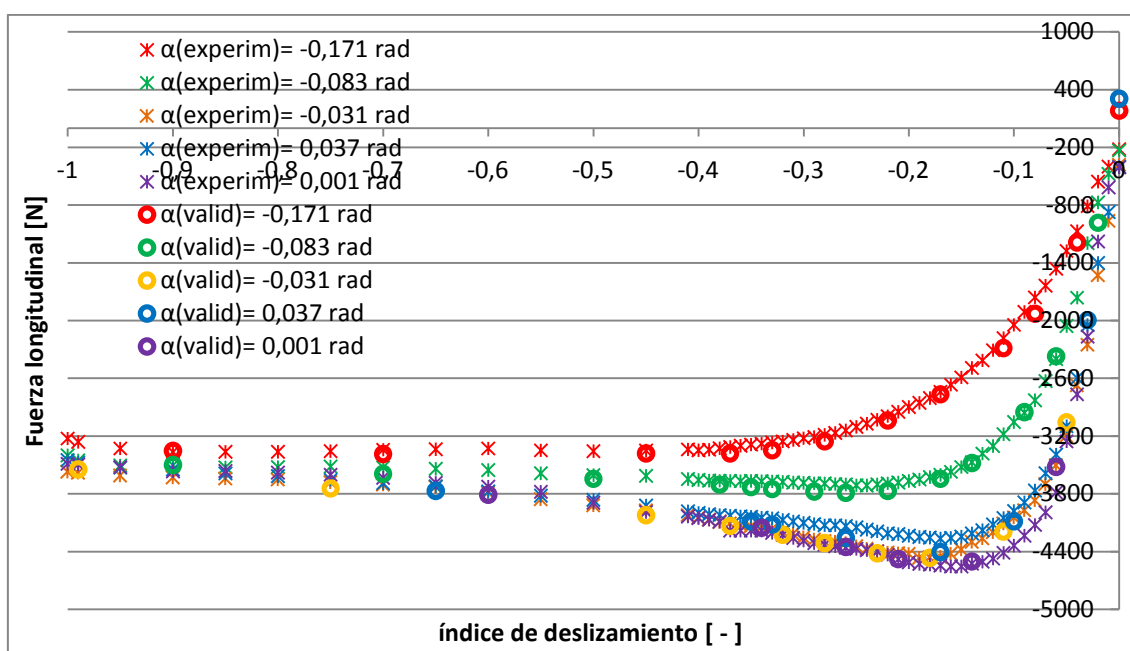


Figura 6.36: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 4000 N

Como se ha mencionado, las salidas que representan un error más elevado son las que corresponden a un deslizamiento nulo, es decir, a los patrones que se encuentran en el extremo de la curva cercano al cero. Esto es producto de la selección aleatoria de los patrones de aprendizaje y validación.

Rechazando el error producido en el deslizamiento nulo, se puede afirmar que la red 3\_10\_1 aprende de forma favorable y la validación de la red para una carga normal de 4000 N es correcta, con lo cual se afirma que la red entrenada valida los resultados deseados.

Por último se ofrecen las salidas correspondientes a una carga normal de 2000 N. Estos datos corresponden a la fuerza longitudinal para una ángulos de deriva de  $-0,171$  rad (patrones del 24 al 35),  $-0,083$  rad (patrones del 62 al 74),  $-0,031$  rad (patrones del 95 al 103),  $0,037$  rad (patrones del 120 al 127) y  $0,001$  rad (patrones del 143 al 150).



Tabla 6.16: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 2000 N

P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]	P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]
<b>24</b>	-118,91	190,25	-309,16	<b>95</b>	-1050,35	-1162,66	112,31
<b>25</b>	-502,06	-554,90	52,84	<b>96</b>	-1843,07	-1895,92	52,85
<b>26</b>	-1043,75	-1103,20	59,45	<b>97</b>	-2179,98	-2272,46	92,48
<b>27</b>	-1301,38	-1321,20	19,82	<b>98</b>	-2219,62	-2312,10	92,48
<b>28</b>	-1512,77	-1519,38	6,61	<b>99</b>	-2239,43	-2338,52	99,09
<b>29</b>	-1592,05	-1611,86	19,81	<b>100</b>	-2146,95	-2199,80	52,85
<b>30</b>	-1677,92	-1704,35	26,43	<b>101</b>	-2028,04	-2100,71	72,67
<b>31</b>	-1750,59	-1790,23	39,64	<b>102</b>	-1922,35	-2001,62	79,27
<b>32</b>	-1803,44	-1829,86	26,42	<b>103</b>	-1902,53	-1935,56	33,03
<b>33</b>	-1796,83	-1862,89	66,06	<b>120</b>	-218,00	206,77	-424,77
<b>34</b>	-1803,44	-1843,07	39,63	<b>121</b>	-1777,01	-1849,68	72,67
<b>35</b>	-1730,77	-1724,17	-6,60	<b>122</b>	-2213,01	-2259,25	46,24
<b>62</b>	-99,09	247,73	-346,82	<b>123</b>	-2146,95	-2166,77	19,82
<b>63</b>	-746,48	-832,36	85,88	<b>124</b>	-2107,31	-2107,31	0,00
<b>64</b>	-1446,71	-1400,47	-46,24	<b>125</b>	-2080,89	-2047,86	-33,03
<b>65</b>	-1532,59	-1499,56	-33,03	<b>126</b>	-1942,16	-1948,77	6,61
<b>66</b>	-1843,07	-1823,26	-19,81	<b>127</b>	-1856,29	-1849,68	-6,61
<b>67</b>	-1955,38	-1988,41	33,03	<b>143</b>	-1909,13	-1803,44	-105,69
<b>68</b>	-1981,80	-2028,04	46,24	<b>144</b>	-2364,95	-2345,13	-19,82
<b>69</b>	-1968,59	-2028,04	59,45	<b>145</b>	-2285,68	-2292,28	6,60
<b>70</b>	-1955,38	-2008,22	52,84	<b>146</b>	-2272,46	-2219,62	-52,84
<b>71</b>	-1948,77	-1988,41	39,64	<b>147</b>	-2173,37	-2140,34	-33,03
<b>72</b>	-1928,95	-1961,98	33,03	<b>148</b>	-2153,56	-2120,53	-33,03
<b>73</b>	-1876,10	-1869,50	-6,60	<b>149</b>	-2047,86	-2041,25	-6,61
<b>74</b>	-1843,07	-1783,62	-59,45	<b>150</b>	-1869,50	-1889,32	19,82

Los patrones que ofrecen los errores más altos son los patrones 24, 62 y 120 con valores de 309,16 N, 247,73 N y 424,77 N, respectivamente. Estas discrepancias entre la salida deseada y la salida real se puede observar en la gráfica 6.37.

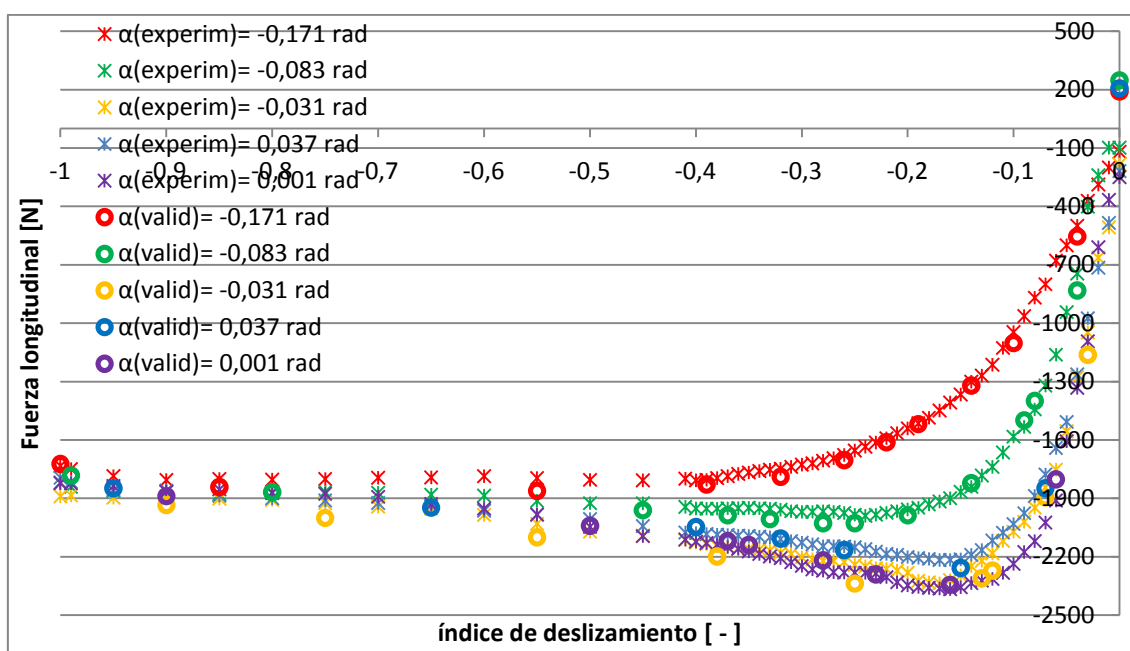


Figura 6.37: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza longitudinal para una carga normal de 2000 N

De nuevo, los patrones señalados responden a la particularidad de que se tratan de salidas con deslizamiento nulo. Con lo cual se considera que las salidas ofrecidas para una carga normal de 2000 N son correctas y se da como validada la red para dicha carga.

De las tablas y gráficas mostradas para la validación de la red 3\_10\_1, correspondientes al entrenamiento de la fuerza longitudinal, se han extraído que los resultados que presenta son aceptables. La única discrepancia obtenida se observa a la hora de validar los patrones cuya salida corresponde con el extremo de la curva más cercano al cero. Pero una vez solventado este problema se puede afirmar que la validación de datos para la fuerza longitudinal es correcta.

### 6.5.2. Datos de validación para la fuerza lateral

Para la validación de la red a través de resultados ofrecidos por la fuerza lateral y por el momento autoalineante se procede de forma similar a la utilizada para la validación de la fuerza longitudinal.

Los datos referentes al entrenamiento de las distintas redes para la fuerza lateral son mostrados en la tabla 6.17.

Tabla 6.17: Comparativa del entrenamiento para  $F_y$

ERROR	RED			
	3_5_1	3_10_1	3_15_1	3_20_1
SSE Aprendizaje [kN <sup>2</sup> ]	5,01	0,36	0,14	0,15
SSE Validación [kN <sup>2</sup> ]	1,65	0,09	0,04	0,04

La red 3\_15\_1 responde de forma más favorable al aprendizaje para la fuerza lateral. En la tabla 6.18 y en la figura 6.38 se ofrecen los errores entre las salidas deseadas y las ofrecidas por la red.

Tabla 6.18: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 6000 N

P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]	P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]
1	5134,10	5144,52	-10,42	77	1843,28	1832,86	10,42
2	4920,62	4931,03	-10,41	78	1520,44	1541,27	-20,83
3	4535,30	4524,88	10,42	79	1327,79	1343,41	-15,62
4	4103,12	4092,70	10,42	80	1161,16	1176,78	-15,62
5	3832,35	3842,77	-10,42	81	973,71	978,92	-5,21
6	3368,93	3363,72	5,21	82	577,98	588,39	-10,41
7	3066,92	3066,92	0,00	83	458,22	468,63	-10,41
8	2718,05	2738,88	-20,83	84	463,42	432,18	31,24
9	2384,81	2416,05	-31,24	104	-1582,93	-1572,51	-10,42
10	1707,90	1707,90	0,00	105	-1379,86	-1385,06	5,20
11	984,12	989,33	-5,21	106	-1234,06	-1228,85	-5,21
36	4071,87	4056,25	15,62	107	-1041,40	-1030,99	-10,41
37	3775,08	3795,90	-20,82	108	-879,98	-885,19	5,21
38	3545,97	3551,17	-5,20	109	-541,53	-531,11	-10,42
39	3108,58	3113,79	-5,21	110	52,07	5,21	46,86
40	3025,27	3025,27	0,00	111	156,21	151,00	5,21
41	2567,05	2561,84	5,21	128	171,83	208,28	-36,45
42	2306,70	2296,29	10,41	129	557,15	593,60	-36,45
43	1957,83	1963,04	-5,21	130	494,67	499,87	-5,20
44	1812,04	1817,24	-5,20	131	473,84	463,42	10,42
45	1499,62	1525,65	-26,03	132	411,35	400,94	10,41
46	952,88	958,09	-5,21	133	369,70	369,70	0,00
47	609,22	624,84	-15,62	134	328,04	322,83	5,21
75	2171,32	2103,63	67,69	135	281,18	281,18	0,00
76	2077,59	2067,18	10,41				

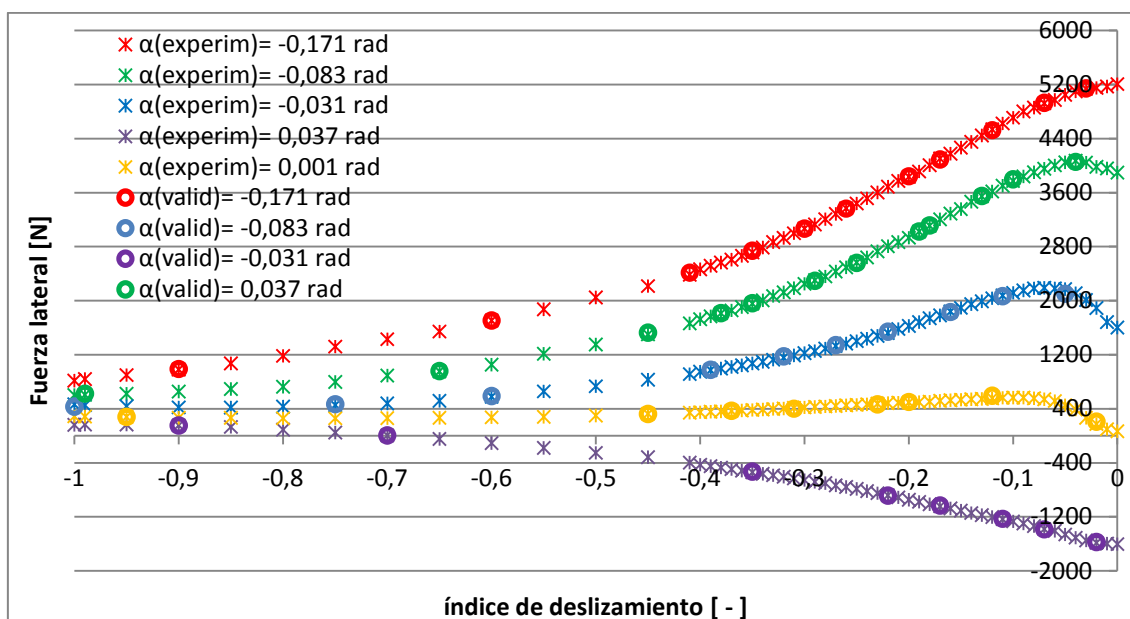


Figura 6.38: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 6000 N

Las salidas obtenidas mediante el programa son muy similares a las deseadas, ya que el patrón que muestra una diferencia más elevada es el patrón 75, y el porcentaje de error entre ambas salidas es del 3 %. Con lo cual se puede afirmar que la red 3\_15\_1 para el entrenamiento de la fuerza longitudinal es el esperado y se dan por válidos estos resultados para una carga normal de 6000 N.

Se procede de forma similar para la una carga normal de 4000 N. La tabla 6.19 muestra el error entre la salida real y la deseada. Los resultados gráficos se muestran en la gráfica 6.39.

Tabla 6.19: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 4000 N

P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]	P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]
12	3936,49	3894,84	41,65	85	1739,14	1728,72	10,42
13	3842,77	3842,77	0,00	86	1536,07	1541,27	-5,20
14	3655,31	3613,66	41,65	87	1202,82	1192,40	10,42
15	3384,55	3389,76	-5,21	88	994,54	994,54	0,00
16	2900,30	2921,13	-20,83	89	848,74	838,33	10,41
17	2567,05	2561,84	5,21	90	744,60	739,39	5,21
18	2218,18	2192,15	26,03	91	640,46	635,25	5,21

P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]	P.	Datos experimentales [N]	Datos estimados [N]	Error [N]
19	1957,83	1942,21	15,62	92	499,87	505,08	-5,21
20	1765,17	1775,59	-10,42	93	312,42	322,83	-10,41
21	1457,96	1499,62	-41,66	94	291,59	275,97	15,62
22	937,26	937,26	0,00	112	-1520,44	-1510,03	-10,41
48	3233,55	3249,17	-15,62	113	-1431,93	-1411,10	-20,83
49	3118,99	3124,20	-5,21	114	-1067,44	-1072,64	5,20
50	2889,89	2900,30	-10,41	115	-796,67	-796,67	0,00
51	2452,50	2462,91	-10,41	116	-531,11	-525,91	-5,2
52	2207,77	2218,18	-10,41	117	-385,32	-374,90	-10,42
53	1869,31	1864,11	5,20	118	-348,87	-338,46	-10,41
54	1635,00	1635,00	0,00	119	-52,07	-20,83	-31,24
55	1494,41	1489,20	5,21	136	411,35	390,53	20,82
56	1312,16	1317,37	-5,21	137	390,53	390,53	0,00
57	1228,85	1239,27	-10,42	138	317,63	307,21	10,42
58	1135,13	1135,13	0,00	139	270,76	270,76	0,00
59	812,29	817,50	-5,21	140	197,87	213,49	-15,62
60	551,94	551,94	0,00	141	140,59	145,80	-5,21
61	463,42	458,22	5,20	142	140,59	151,00	10,41

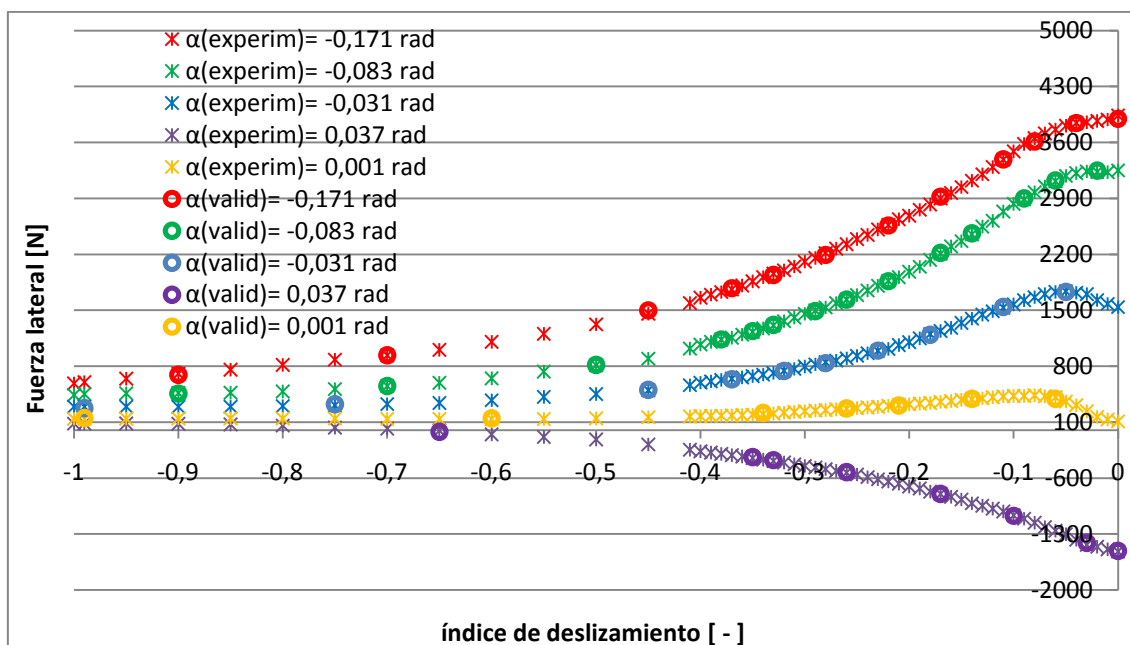


Figura 6.39: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 4000 N

Como en el caso de los resultados ofrecidos para una carga normal de 6000 N, se observa que las salidas ofrecidas por el programa son muy similares a las salidas deseadas.

A partir de los datos ofrecidos por la tabla 6.19 y la figura 6.39 se da por validada la red 3\_15\_1 para el entrenamiento de la fuerza lateral y una carga normal de 4000 N.

Por último, se analizan los datos extraídos de la red entrenada para una carga normal de 2000 N. Los valores de las salidas deseadas o experimentales y de las salidas reales son mostrados en la tabla 6.20 junto al error de validación de cada uno de los patrones.

*Tabla 6.20: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 2000 N*

<b>P.</b>	<b>Datos experimentales [N]</b>	<b>Datos estimados [N]</b>	<b>Error [N]</b>	<b>P.</b>	<b>Datos experimentales [N]</b>	<b>Datos estimados [N]</b>	<b>Error [N]</b>
<b>24</b>	2218,18	2176,53	41,65	<b>95</b>	1010,16	1015,37	-5,21
<b>25</b>	2160,91	2166,11	-5,20	<b>96</b>	952,88	963,30	-10,42
<b>26</b>	1942,21	1916,18	26,03	<b>97</b>	791,46	796,67	-5,21
<b>27</b>	1697,48	1713,10	-15,62	<b>98</b>	765,43	760,22	5,21
<b>28</b>	1473,58	1484,00	-10,42	<b>99</b>	458,22	458,22	0,00
<b>29</b>	1348,61	1359,03	-10,42	<b>100</b>	296,80	291,59	5,21
<b>30</b>	1218,44	1218,44	0,00	<b>101</b>	203,07	197,87	5,2
<b>31</b>	1041,40	1041,40	0,00	<b>102</b>	171,83	182,25	-10,42
<b>32</b>	874,78	874,78	0,00	<b>103</b>	161,42	166,62	-5,2
<b>33</b>	604,01	609,22	-5,21	<b>120</b>	-984,12	-989,33	5,21
<b>34</b>	406,15	395,73	10,42	<b>121</b>	-749,81	-749,81	0,00
<b>35</b>	328,04	354,08	-26,04	<b>122</b>	-484,25	-494,67	10,42
<b>62</b>	1952,63	1916,18	36,45	<b>123</b>	-270,76	-265,56	-5,2
<b>63</b>	1864,11	1864,11	0,00	<b>124</b>	-197,87	-187,45	-10,42
<b>64</b>	1671,45	1655,83	15,62	<b>125</b>	-119,76	-119,76	0,00
<b>65</b>	1603,76	1598,55	5,21	<b>126</b>	0,00	-10,41	10,41
<b>66</b>	1291,34	1296,54	-5,02	<b>127</b>	20,83	32,28	-11,45
<b>67</b>	999,74	1015,37	-15,63	<b>143</b>	208,28	209,32	-1,04
<b>68</b>	833,12	838,33	-5,21	<b>144</b>	166,62	162,46	4,16
<b>69</b>	744,60	749,81	-5,21	<b>145</b>	119,76	120,80	-1,04
<b>70</b>	619,63	624,84	-5,21	<b>146</b>	93,73	94,77	-1,04
<b>71</b>	536,32	546,74	-10,42	<b>147</b>	62,48	73,94	-11,46
<b>72</b>	406,15	421,77	-15,62	<b>148</b>	57,28	68,73	-11,45
<b>73</b>	255,14	265,56	-10,42	<b>149</b>	46,86	53,11	-6,25
<b>74</b>	249,94	239,52	10,42	<b>150</b>	62,48	63,53	-1,05

La figura 6.40 muestra los resultados obtenidos en la tabla anterior.

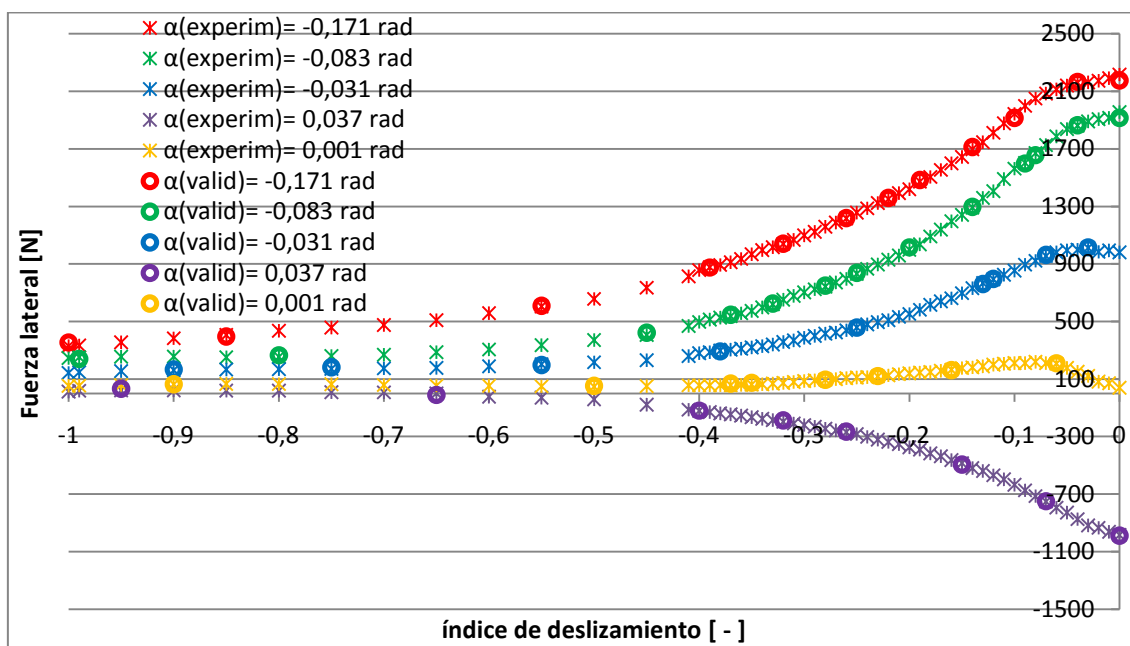


Figura 6.40: Datos experimentales y estimados para el análisis de la fuerza lateral para una carga normal de 2000 N

En la validación de los resultados obtenidos de la fuerza lateral para una carga normal de 2000 N ocurre lo mismo que cuando la carga normal es de 6000 N y 4000 N, la red ofrece resultados muy favorables. Con lo cual se da por validada la red 3\_15\_1 para el aprendizaje de la fuerza lateral, puesto que responde de forma correcta para todos los casos analizados.

## 6.5.3 Datos de validación para el momento autoalineante

Los resultados obtenidos en el proceso de entrenamiento para el momento autoalineante se resumen en la tabla 6.21.

Tabla 6.21: Comparativa del entrenamiento para  $M_z$

	RED			
ERROR	3_5_1	3_10_1	3_15_1	3_20_1
SSE Aprendizaje [ $\text{kN}^2 \cdot \text{m}^2$ ]	1,23	0,12	0,13	0,13
SSE Validación [ $\text{kN}^2 \cdot \text{m}^2$ ]	0,05	0,35	0,64	0,22

Los resultados ofrecidos por el entrenamiento de las distintas redes para el momento autoalineante muestran resultados particulares que se irán analizando a lo largo de este punto.

La red que ofrece un error SSE de validación más bajo es la red 3\_5\_1. Este error es de  $0,05 \text{ kN}^2.\text{m}^2$ , mucho menor que el alcanzado por las demás tipologías entrenadas; Pero, por otro lado, la red 3\_5\_1 es la que posee un error más elevado de aprendizaje, es decir, se trataría de la red que peor ha aprendido ante las entradas de los patrones de entrenamiento. A raíz de esta discrepancia, se obtuvieron los errores de validación de cada una de las redes y se comprobó que, efectivamente, la red formada por cinco neuronas en la capa intermedia es la que ofrecía mejores resultados para la validación.

Debido a las características de la curva del momento autoalineante, se ha decidido representar los resultados en gráficas de tres series, para cada uno de los ángulos de deriva posibles. Con ello se consigue, además de una interpretación más fácil, realizar un análisis de los datos ofrecidos con mayor exactitud.

En la tabla 6.22 se muestran, por un lado, las salidas reales y salidas deseadas para un ángulo de deriva de  $-0,171 \text{ rad}$ . Además, también se expone la diferencia entre ambas salidas, es decir, el error para cada uno de los patrones analizados. En esta tabla se incluyen los valores para cargas normales de 6000 N, 4000 N y 2000 N y ángulo de deriva  $-0,171 \text{ rad}$ . Los resultados obtenidos son los ofrecidos por la tabla 6.22.

*Tabla 6.22: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de  $-0,171 \text{ rad}$*

P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]	P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]
1	-51,06	0,30	-51,36	19	21,97	23,03	-1,06
2	-19,24	1,67	-20,91	20	21,82	23,94	-2,12
3	15,00	6,97	8,03	21	19,70	23,48	-3,78
4	30,75	16,67	14,08	22	21,97	14,85	7,12
5	23,33	23,48	-0,15	23	14,85	9,54	5,31
6	24,85	35,75	-10,90	24	-15,00	0,15	-15,15
7	38,33	42,12	-3,79	25	-13,03	0,45	-13,48
8	50,75	47,42	3,33	26	-4,85	1,21	-6,06
9	53,78	50,60	3,18	27	-3,33	2,42	-5,75
10	46,66	45,60	1,06	28	7,73	4,24	3,49
11	17,27	24,54	-7,27	29	10,61	5,30	5,31
12	-41,36	0,00	-41,36	30	11,06	6,67	4,39
13	-24,54	0,45	-24,99	31	8,64	8,03	0,61
14	-12,12	1,82	-13,94	32	3,79	8,79	-5,00



P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]	P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]
15	-1,97	3,64	-5,61	33	3,03	8,03	-5,00
16	16,06	9,54	6,52	34	4,55	5,45	-0,90
17	18,94	15,00	3,94	35	7,88	4,85	3,03
18	20,00	20,30	-0,30				

Las mayores desviaciones que se producen entre las salidas deseadas y las salidas reales son las proporcionadas por los patrones 1, 2, 12, 13 y 24. Todas ellas tienen la característica común de ser salidas que deberían de estar por debajo del cero. Pero en el entrenamiento del momento autoalineante aparece la peculiaridad de que ninguna de las salidas ofrecidas por el programa alcanza un valor negativo. Esto se puede observar en todas las tablas de valores y gráficas para distintos ángulos de deriva.

El error ofrecido por el programa se muestra en la figura 6.41. En ella, se representan las salidas para un ángulo de deriva de  $-0,171$  rad, para diferentes cargas normales de 6000 N, 4000 N y 2000 N, respectivamente.

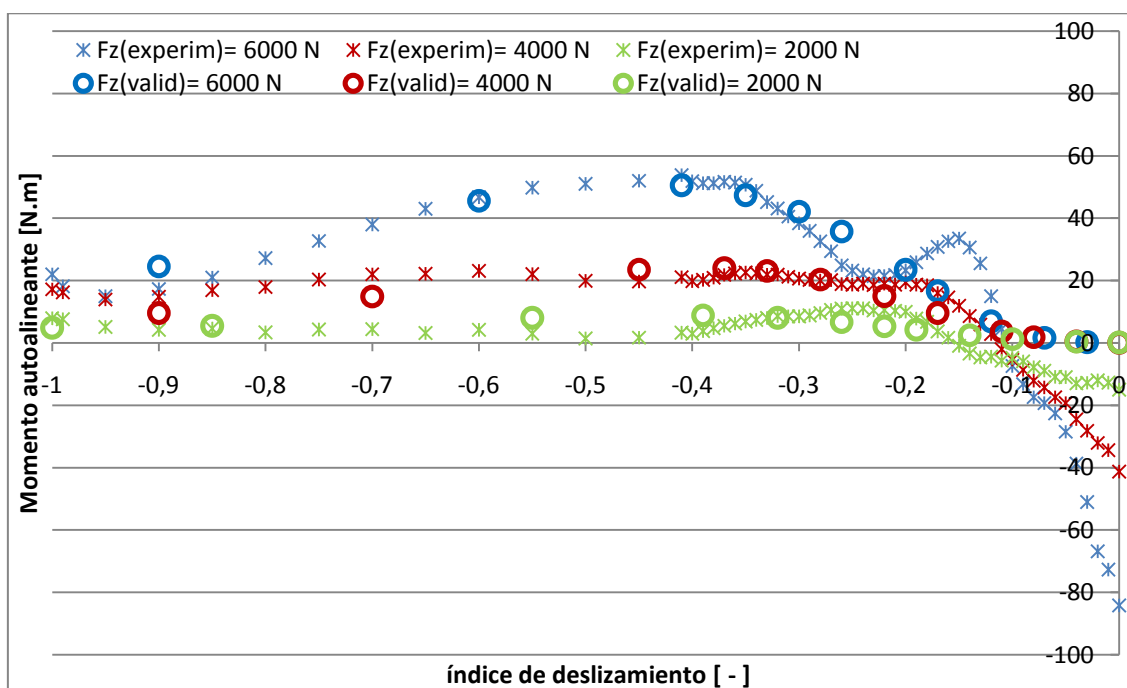


Figura 6.41: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de  $-0,171$  rad

Como se puede observar, para valores positivos del momento autoalineante la red es capaz de aprender con precisión; pero, cuando se trata de valores negativos la red 3\_5\_1 no es capaz de aprender, adquiriendo en sus salidas un valor de cero o cercano a cero.

En la tabla 6.23 se muestran los errores ofrecidos por la red validada para el momento autoalineante y un ángulo de deriva de -0,083 rad.

*Tabla 6.23: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de -0,083 rad*

P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]	P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]
36	-76,36	0,00	-76,36	56	30,60	30,75	-0,15
37	-13,18	0,30	-13,48	57	28,63	29,85	-1,22
38	1,97	1,82	0,15	58	26,36	28,18	-1,82
39	23,63	20,00	3,63	59	21,66	21,06	0,60
40	26,82	25,60	1,22	60	13,33	12,73	0,60
41	48,33	51,21	-2,88	61	7,88	8,18	-0,30
42	57,72	57,72	0,00	62	-30,75	0,00	-30,75
43	61,81	59,39	2,42	63	-27,12	0,15	-27,27
44	62,27	58,33	3,94	64	-6,97	0,91	-7,88
45	55,45	53,78	1,67	65	-3,79	1,36	-5,15
46	36,06	37,12	-1,06	66	9,70	6,51	3,19
47	19,39	15,45	3,94	67	12,73	11,82	0,91
48	-73,33	0,00	-73,33	68	14,09	12,88	1,21
49	-31,36	0,15	-31,51	69	14,54	12,73	1,81
50	-11,67	0,61	-12,28	70	13,33	11,97	1,36
51	12,12	7,88	4,24	71	9,54	11,06	-1,52
52	18,94	16,82	2,12	72	6,67	9,39	-2,72
53	26,82	28,18	-1,36	73	0,91	5,45	-4,54
54	29,54	31,66	-2,12	74	6,82	4,70	2,12
55	30,75	31,97	-1,22				

Los resultados ofrecidos son muy similares a los ofrecidos para un ángulo de deriva de -0,171 rad. Los mayores errores se aprecian cuando el deslizamiento oscila entre valores de de -0,1 y 0, es decir, cuando el programa debería ofrecer una salida negativa.

En la figura 6.42, se representan de forma gráfica los resultados mostrados en la tabla 6.23.

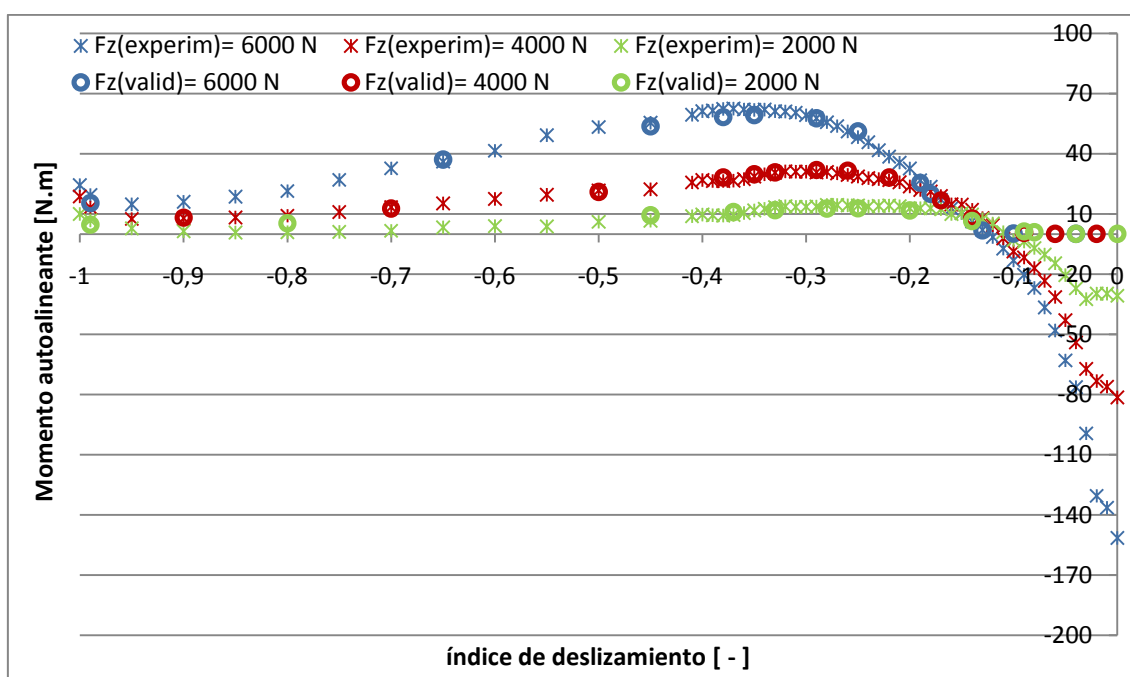


Figura 6.42: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de  $-0,083 \text{ rad}$

De nuevo se observa que la red no es capaz de aprender cuando la salida deseada es un valor negativo del momento autoalineante. Para valores positivos, la red 3\_5\_1 ofrece valores muy similares a los deseados.

A continuación, se procede al análisis de datos para un ángulo de deriva  $-0,031 \text{ rad}$ . La tabla 6.24 muestra los valores obtenidos. En la figura 6.43 se muestran los valores obtenidos en la tabla 6.24 de forma gráfica. Las mayores discrepancias aparecen de nuevo en patrones cuya salida deseada es menor a cero y la red no aprende para dichos valores, mientras que para momentos de valor positivo la red entrenada es capaz de ofrecer valores similares a los deseados.

Tabla 6.24: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de  $-0,031 \text{ rad}$

P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]	P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]
75	-47,27	0,00	-47,27	90	22,27	22,27	0
76	0,15	0,00	0,15	91	22,42	22,73	-0,31
77	-7,73	0,00	-7,73	92	20,45	18,94	1,51
78	2,73	2,58	0,15	93	2,12	2,88	-0,76

<b>79</b>	23,94	20,30	3,64	<b>94</b>	-0,45	0,00	-0,45
<b>P.</b>	<b>Datos experimentales [N.m]</b>	<b>Datos estimados [N.m]</b>	<b>Error [N.m]</b>	<b>P.</b>	<b>Datos experimentales [N.m]</b>	<b>Datos estimados [N.m]</b>	<b>Error [N.m]</b>
<b>80</b>	36,21	39,24	-3,03	<b>95</b>	-18,63	0,00	-18,63
<b>81</b>	44,54	46,06	-1,52	<b>96</b>	-10,15	0,15	-10,3
<b>82</b>	23,03	20,30	2,73	<b>97</b>	2,12	0,15	1,97
<b>83</b>	2,27	2,58	-0,31	<b>98</b>	1,52	0,15	1,37
<b>84</b>	7,58	0,00	7,58	<b>99</b>	6,36	7,27	-0,91
<b>85</b>	-37,88	0,00	-37,88	<b>100</b>	7,27	9,24	-1,97
<b>86</b>	0,45	0,00	0,45	<b>101</b>	4,70	6,36	-1,66
<b>87</b>	-5,45	0,76	-6,21	<b>102</b>	3,03	2,88	0,15
<b>88</b>	7,58	7,73	-0,15	<b>103</b>	-0,91	0,61	-1,52
<b>89</b>	17,27	18,18	-0,91				

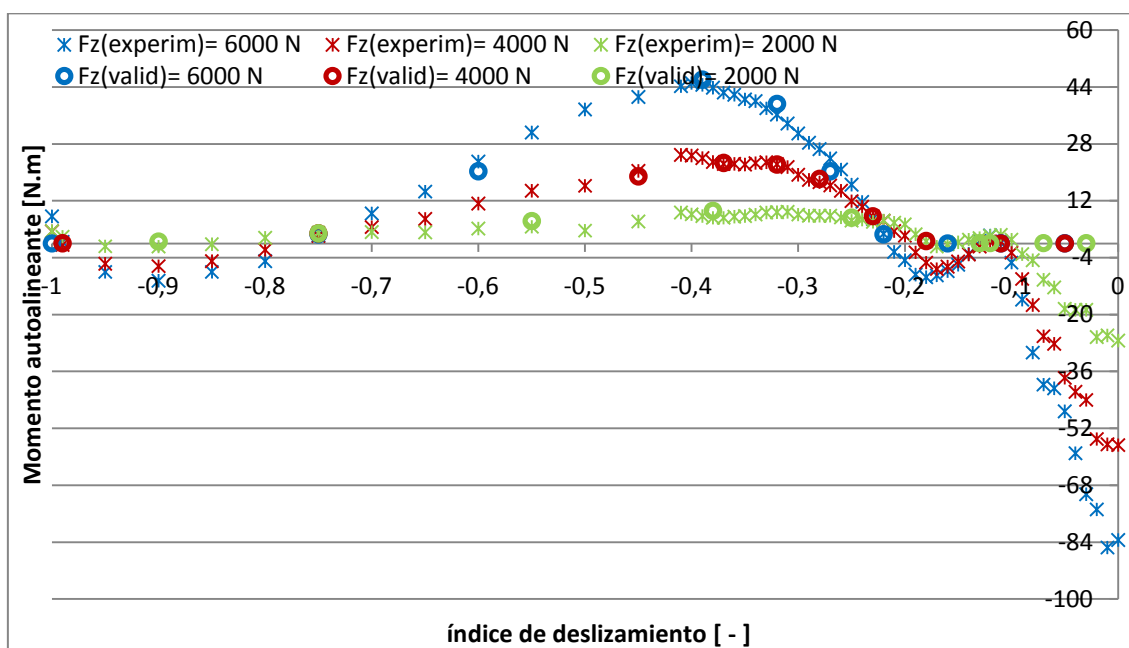


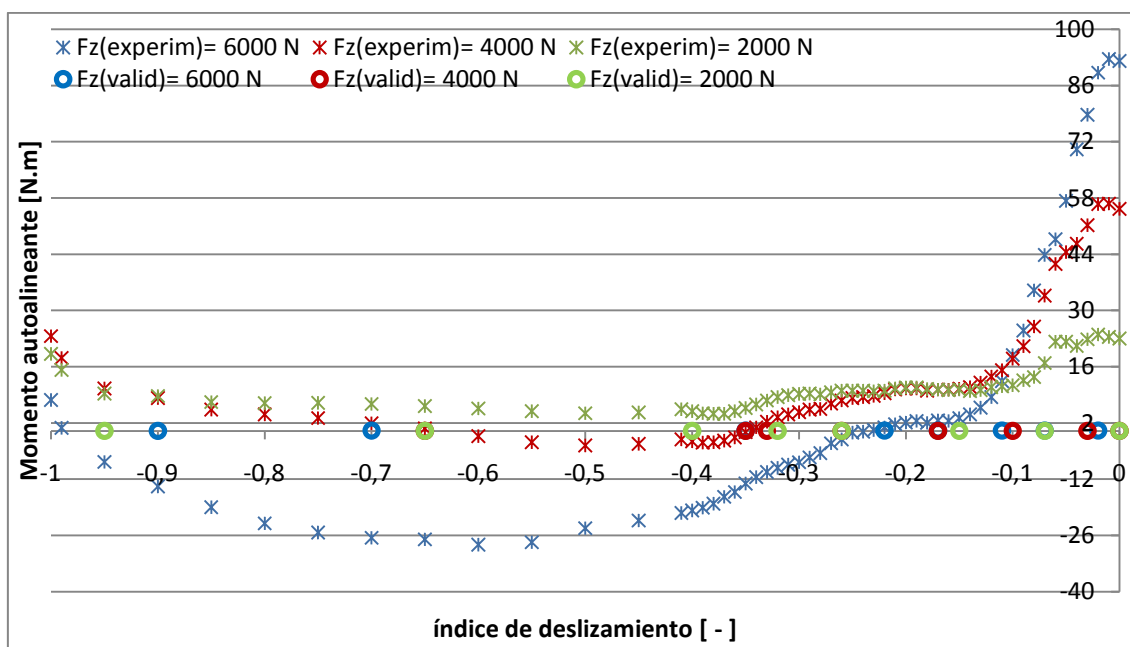
Figura 6.43: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de  $-0,031$  rad

La tabla 6.25 muestra las salidas para un ángulo de deriva de  $0,0037$  rad, donde se puede ver que todas las salidas ofrecidas por la red 3\_5\_1 para el momento autoalineante y un ángulo de deriva de  $0,031$  rad ofrecen una salida cercana a cero. A diferencia de los casos anteriores, para este ángulo de deriva la red no consigue aprender ni para valores positivos ni para valores negativos del momento autoalineante.

En la gráfica 6.44 se observa los valores de la salida nulos, para cualquier carga normal, y cualquier valor de deslizamiento con un ángulo de deriva de 0.031 rad.

*Tabla 6.25: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de 0,037 rad*

P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]	P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]
<b>104</b>	89,23	0,15	89,08	<b>116</b>	7,58	0,00	7,58
<b>105</b>	43,78	0,15	43,63	<b>117</b>	2,27	0,00	2,27
<b>106</b>	12,42	0,15	12,27	<b>118</b>	-0,30	0,00	-0,30
<b>107</b>	2,58	0,15	2,43	<b>119</b>	0,61	0,00	0,61
<b>108</b>	0,91	0,15	0,76	<b>120</b>	23,03	0,00	23,03
<b>109</b>	-13,03	0,15	-13,18	<b>121</b>	16,97	0,00	16,97
<b>110</b>	-26,66	0,15	-26,81	<b>122</b>	10,30	0,00	10,30
<b>111</b>	-13,79	0,00	-13,79	<b>123</b>	10,00	0,00	10,00
<b>112</b>	55,30	0,00	55,30	<b>124</b>	8,33	0,00	8,33
<b>113</b>	51,21	0,00	51,21	<b>125</b>	4,85	0,00	4,85
<b>114</b>	18,03	0,00	18,03	<b>126</b>	6,21	0,00	6,21
<b>115</b>	10,30	0,00	10,30	<b>127</b>	9,24	0,00	9,24

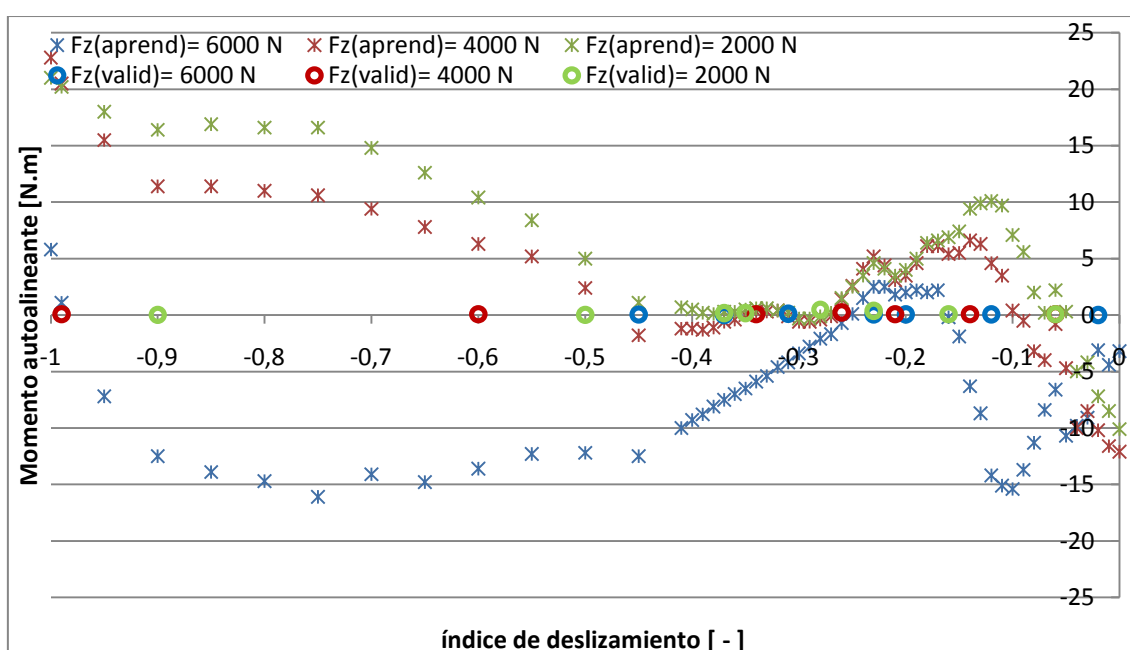


*Figura 6.44: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de 0,037 rad*

Por último, en la tabla 6.26 y en la figura 6.45, se muestran y se representan los errores del momento autoalineante para un ángulo de deriva de 0,001 rad. Los patrones de validación no ofrecen los resultados deseados para un ángulo de deriva de 0.001 rad, puesto que todas las salidas que el programa ofrece tienen un valor cercano a cero.

*Tabla 6.26: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de 0.001 rad*

P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]	P.	Datos experimentales [N.m]	Datos estimados [N.m]	Error [N.m]
128	-3,03	0,00	-3,03	140	0,30	0,15	0,15
129	-14,24	0,00	-14,24	141	6,36	0,15	6,21
130	1,97	0,00	1,97	142	20,45	0,15	20,30
131	2,58	0,00	2,58	143	2,27	0,15	2,12
132	-4,24	0,15	-4,39	144	6,97	0,15	6,82
133	-7,58	0,00	-7,58	145	4,55	0,45	4,10
134	-12,57	0,00	-12,57	146	-0,15	0,45	-0,60
135	-7,27	0,15	-7,42	147	0,45	0,15	0,30
136	-0,76	0,15	-0,91	148	0,30	0,15	0,15
137	6,67	0,15	6,52	149	5,00	0,00	5,00
138	3,03	0,15	2,88	150	16,36	0,00	16,36
139	1,36	0,30	1,06				



*Figura 6.45: Datos experimentales y estimados para el análisis del momento autoalineante para un ángulo de deriva de 0,001 rad*

Atendiendo a los resultados ofrecidos por la red 3\_5\_1 para el aprendizaje y validación de los datos referentes al momento autoalineante se puede afirmar que no ha sido capaz de aprender de manera favorable.

Por un lado, se ha observado que la red es incapaz de ofrecer valores del momento autoalineante menores a cero, en aquellos puntos donde la salida lo requería. Por otro lado, para ángulos de deriva positivos (0,031 rad y 0,001 rad) la red es incapaz de aprender en todo su rango.

En resumen, la red únicamente aprende para valores de ángulo de deriva negativos, y para valores del momento positivo, es decir, para rangos de deslizamiento entre -1 y -0,2.

Aunque en el texto se halla decidido añadir las tablas de datos y las gráficas referentes al entrenamiento de una red formada por cinco neuronas en la capa oculta, se entrenó también para redes con diez, quince y veinte neuronas en la oculta, e incluso para redes con varias capas ocultas obteniéndose para cada una de ellas resultados similares o menos favorables que los mostrados en este apartado.

## CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

### 7.1 Conclusiones

A lo largo del presente Proyecto Fin de Carrera se han entrenado distintas redes neuronales artificiales con la finalidad de encontrar un modelo no paramétrico que predijese los esfuerzos longitudinales, laterales y momentos autoalineantes que aparecen en el contacto neumático-calzada frente a la solicitud de acciones combinadas.

Para ello, se entrenaron diferentes tipologías de redes con 625 patrones de aprendizaje, formados por parejas de entrada-salida. La validación se produjo con 150 patrones de validación. Ambos grupos de datos provienen de una serie de ensayos realizados previamente para un neumático. Los datos experimentales utilizados corresponden a un neumático *Michelin MXT 175/70 R13* proporcionados por *Delf-Tire*. El programa empleado para la creación, entrenamiento y validación de las redes neuronales artificiales es *SNNS "Stuttgart Neural Network Simulator"*.

Se emplearon tres redes neuronales distintas para obtener las siguientes relaciones:

- Fuerza longitudinal:  $F_x = f(F_z, i, \alpha)$
- Fuerza lateral:  $F_y = f(F_z, i, \alpha)$
- Momento autoalienante:  $M_z = f(F_z, i, \alpha)$

Debido a la respuesta que ofrecía las redes neuronales durante el proceso de aprendizaje, se optó por modificar el valor de los patrones para que estuvieran comprendidos entre -1 y 1.

Para el aprendizaje de las redes neuronales se tuvo que definir distintos parámetros de entrenamiento:



- Tipología de red (número de capas y de neuronas).
- Algoritmo de aprendizaje (*Backpropagation*).
- Función de activación de neuronas (función tangente hiperbólica).
- Duración del aprendizaje (Nº de ciclos).
- Factor o tasa de aprendizaje.

El óptimo aprendizaje de las redes neuronales está relacionado con la correcta selección de los parámetros anteriores. Para cada uno de los casos analizados se han añadido tablas describiendo dichos factores. Además se han introducido figuras donde se representa la evolución del error y figuras donde se representa la diferencia entre las salidas que el programa ofrece y las deseadas.

En primer lugar, se buscó el algoritmo que relacionase la carga normal, el deslizamiento y el ángulo de deriva con la fuerza longitudinal. Los resultados obtenidos para este caso en concreto son muy favorables, puesto que se comprobó que las salidas proporcionadas discrepaban en un bajo porcentaje a la salida que debía producir.

El único inconveniente que presentaba la red entrenada correspondía con los resultados ofrecidos para las salidas que se encontraban en el extremo de la curva próximo a cero, ya que es en dichos puntos donde se producían los errores más altos.

Atendiendo a los resultados, se puede afirmar que es posible alcanzar una relación entre el ángulo de deriva, deslizamiento y carga normal con los esfuerzos longitudinales, mediante redes neuronales artificiales formadas por: una red de tres capas, con diez neuronas en la capa intermedia, función de activación tangente hiperbólica y función de salida identidad. Esta red ofrece errores inferiores al 4 % a lo largo de la curva y del 17 % en el extremo cercano a cero.

En segundo lugar se analizó la relación existente entre la carga normal, el deslizamiento y el ángulo de deriva con la fuerza lateral. Se llegó a la conclusión que la red que mejores resultados presentaba era la formada por quince neuronas en la capa oculta. Los resultados obtenidos fueron de nuevo muy satisfactorios, ya que los resultados más desfavorables únicamente discrepaban en un 3 % con los resultados deseados.

Por último se procedió al análisis del momento autoalineante con los mismos parámetros de entrada (carga normal, deslizamiento y ángulo de deriva), obteniendo resultados muy alejados de los deseados. Los resultados obtenidos en el proceso de validación para el momento autoalieneante se exponen a continuación:

- Para ángulos de deriva positivos (0,037 rad y 0,001 rad) la red era incapaz de aprender, ofreciendo valores de cero en todas sus salidas.
- Para salidas donde se esperaban valores negativos del momento autoalineante la red ofrecía valores de cero, siendo incapaz de aprender para dicha zona de la curva.
- La red consiguió aprender para ángulos de deriva negativos (-0,171 rad, -0,083 rad y -0,031 rad) cuyas salidas deseadas correspondían con un valor positivo.

Se comprobó que el mal aprendizaje de red no se estaba relacionado con la tipología seleccionada, puesto que fue entrenada para distintas redes. También se descarta que se debiera a la selección de las funciones de neurona ya que se utilizó la función tangente hiperbólica, caracterizada por ser derivable en toda la curva, y ofrecer salidas que oscilan entre -1 y 1.

### 7.2 Trabajos futuros

En el análisis de la dinámica vehicular, aparecen numerosos parámetros que intervienen en la generación de esfuerzos en el neumático. En el presente proyecto fin de carrera únicamente se han considerado tres de ellos (carga normal, ángulo de deriva y deslizamiento). Por lo tanto se propone realizar un análisis similar incluyendo como entradas otros factores a los aquí señalados como podrían ser la presión y temperatura del neumático, la velocidad de desplazamiento y el ángulo de caída.

Para lograr un aprendizaje favorable en el análisis del momento autoalineante, se podría buscar el algoritmo correcto a partir de parámetros de redes neuronales distintos a los seleccionados en este proyecto como podrían otras tipologías distintas de las analizadas, un algoritmo de aprendizaje diferente, o distintas funciones de entrada, activación o salida de las aquí indicadas.

Por último se podría definir una sola red neuronal artificial con tres salidas, pudiendo, de esta forma, analizar los esfuerzos longitudinales, laterales y momento autoalineante a partir de un único algoritmo de aprendizaje.

## Referencias Bibliográficas

- [1] Font Mezquita J., Dols Ruiz J., “Tratado sobre automóviles” Ed. Universidad Politécnica de Valencia, p: 37-38
- [2] Aparicio F., Vera C. y Díaz V. “Teoría de los vehículos automóviles” Publicaciones ETIM, Madrid 1995, p: 13-80
- [3] MSirdi, N., Rabhi, A., Zbiri and Delanne, “Vehicle-road interaction modeling for estimation of contact forces” *Vehicle System Dynamics* 43, 2005, p: 403-441
- [4] Pacejka, H., Bakker, E. and Linder, “A new tire model with application in vehicle dynamics studies” *SAE transactions* 1989, p: 83–93
- [5] Pacejka, H. and Sharp, “Shear force development by pneumatic tyres in steady state condition” 1991, *Vehicle System Dynamics* 20, p: 121–176
- [6] Palkovics L. y El-Gindy M. “*Neural network representation of tyre characteristics: the Neuro-Tyre*” 1993, Vol. 14, p: 563-591
- [7] Fernández Fernández J., “Las Redes Neuronales Artificiales” 2008, Ed. Netbiblio, p: 16-19
- [8] Hilera J. y Martínez V. “Redes Neuronales Artificiales. Fundamentos, modelos y aplicaciones” 1995, p: 9-10

- [9] Castillo E. y Cobo A. "Introducción a la redes funcionales con aplicaciones: un nuevo paradigma neuronal", Paraninfo 1999, p: 9-15
- [10] Moreno A. y Alonso J. "Aprendizaje automático" Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, 1994, p: 160-162
- [11] Rojas R., "Neural Network", Neural Networks, Springer-Verlag, Berlin, 1996 p: 151-184
- [12] Gołda A., Katedra Elektroniki AGH, 2005. Disponible en Web: <http://www.isbn.org/standards/home/isbn/digitalworld.asp>
- [13] "Stuttgart Neural Network Simulator User manual" Version V.2 University of Stuttgart



## ANEXO A

### A.1. Introducción: Simulador SNNS

SNNS son las siglas de *Stuttgart Neural Network Simulator*. Se trata de un simulador para redes neuronales artificiales, implementado completamente en ANSI-C y desarrollado por el IPVR (*Institut für Parallele und Verteilte Höchstleistungsrechner*) en la Universidad de Stuttgart desde 1989. El objetivo buscado es la creación de un entorno de simulación eficiente y flexible para el desarrollo y aplicación de redes neuronales artificiales [13].

El simulador SNNS está constituido de 4 componentes principales como se puede apreciar en la figura A.1: el *kernel* de simulación, la interfaz gráfica de usuario (XGUI), la interfaz de ejecución (*batchman*) y el compilador de red (snns2c).

El *kernel* de simulación opera sobre las estructuras internas de datos de la red neuronal y ejecuta todas las operaciones sobre ellas. La interfaz gráfica de usuario (XGUI), construida sobre el *kernel*, da una representación gráfica de la red neuronal y controla el *kernel* durante los procesos de simulación. Además, puede ser usado directamente para la creación, manipulación y visualización de redes neuronales de diferentes formas, permitiendo ver gran cantidad de aspectos relativos a la red en ventanas independientes, con lo que el usuario puede prescindir de la información no deseada y centrarse en lo que realmente desea ver.

El principal aspecto del simulador SNNS, que ha sido de especial relevancia para el desarrollo del presente Proyecto, ha sido la interfaz gráfica de usuario (XGUI).

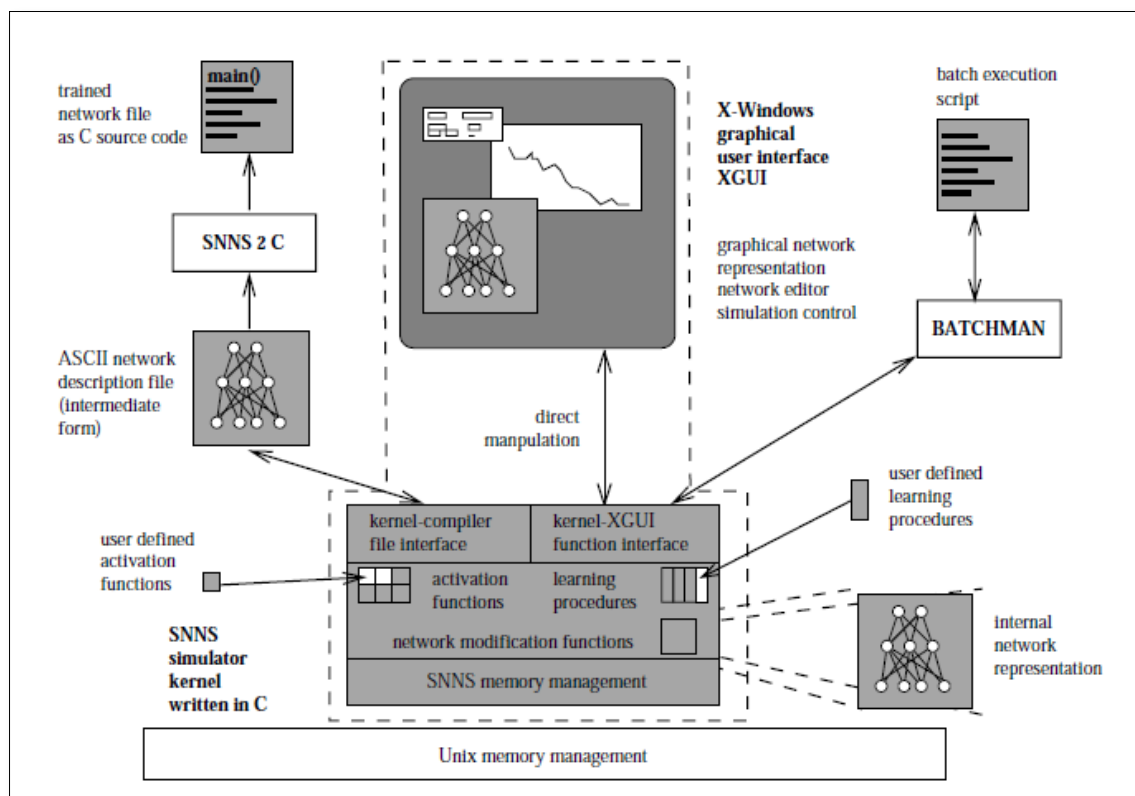


Figura A.1: Componentes del SNNS

## A.2. La interfaz gráfica de usuario (XGUI)

La interfaz gráfica de usuario (XGUI) es un entorno de ventanas (X-Windows) diseñado para manejar de forma sencilla el simulador. Tras lanzar el programa, aparece el panel de gestión de SNNS (ver figura A.2), el cual permite acceder a todas las funciones ofrecidas por el simulador. Tras cada uno de los diferentes botones que se ven en la figura se halla un menú desplegable que permite acceder a cada una de las funciones. A continuación, se describen las opciones del panel, principalmente utilizadas en el desarrollo del presente proyecto.

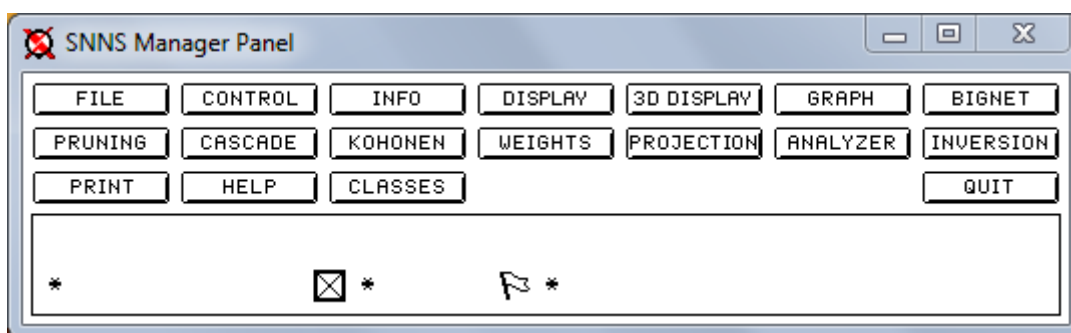


Figura A.2: Panel de control de SNNS

### A.2.1 OPCIÓN "FILE"

Mediante la opción "File" se puede conseguir la lectura y escritura de ficheros, elementos muy importantes en SNNS, pues la simulación de redes precisa de una serie de ficheros con unos formatos bien definidos debido a la gran cantidad de parámetros con que se debe trabajar. Los tres tipos de ficheros imprescindibles para la realización del presente proyecto han sido los ficheros de red, los ficheros de patrones y los ficheros de texto (ver figura A.3):

- **Ficheros de red:** contienen información acerca de la topología de la red neuronal y las reglas de aprendizaje. Todos los ficheros de red terminan con la extensión ".net".
- **Ficheros de patrones:** contienen los datos necesarios para llevar a cabo el entrenamiento. Estos ficheros terminan con la extensión ".pat".
- **Ficheros de texto:** almacena toda la información recogida durante el entrenamiento de la red: parámetros de aprendizaje utilizados, números de iteraciones, errores acumulados.

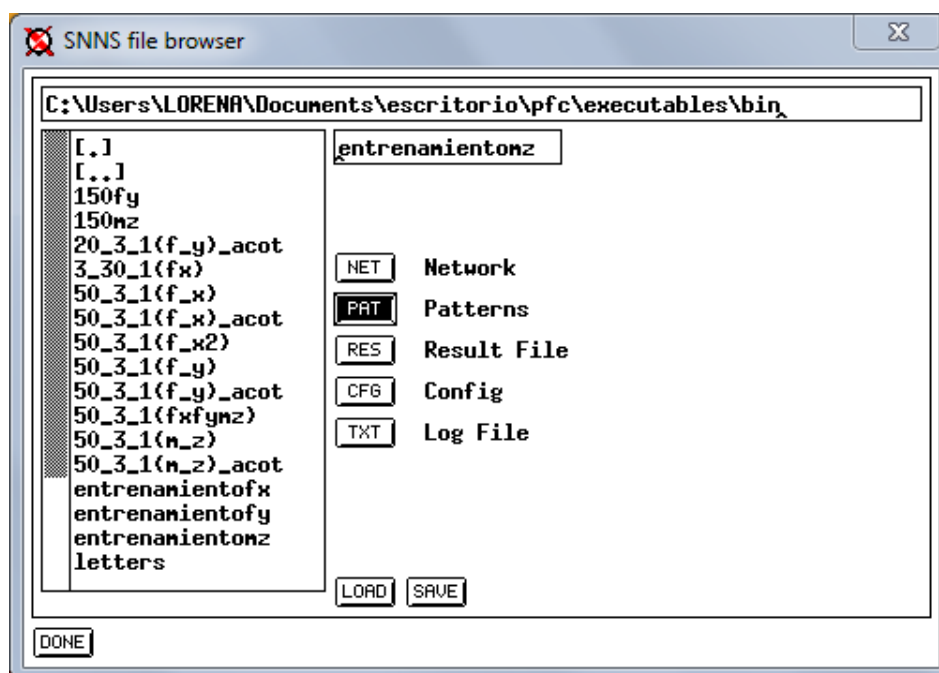


Figura A.3: Panel "File" de SNNS

### A.2.2 OPCIÓN “BIGNET”

Mediante la opción “*Bignet*” se puede generar de manera sencilla una red neuronal, atendiendo únicamente al número de neuronas presentes en cada capa y a las conexiones existentes entre ellas. Dentro de esta opción, existen 10 asistentes gráficos según el tipo de red que se desea crear. Para el caso de redes en cascada, la opción a elegir es la denominada “*general*” dando lugar a la aparición de la ventana que se muestra en la figura A.4.

The image shows a software window titled "SNNS BigNet (General Type)". It is divided into two main panels. The top panel is for editing a "Plane" and the bottom panel is for editing a "Link".

**Plane Section:**

- Plane:** A text input field.
- Type:** A dropdown menu.
- No. of units in x-direction:** A numeric input field.
- No. of units in y-direction:** A numeric input field.
- z-coordinates of the plane:** A numeric input field.
- Rel. Position:** A dropdown menu with options like "input" and "right".
- Edit Plane:** Buttons for "ENTER", "INSERT", "OVERWRITE", and "DELETE".
- Current plane:** Buttons for "PLANE TO EDIT", "TYPE", and "POS".

**Link Section:**

- Current Link:** Fields for "Source" and "Target".
- Edit Link:** Fields for "Source" and "Target".
- Coordinates:** Fields for "x:", "y:", "width:", and "height:" for both "Current Link" and "Edit Link".
- Unit:** Fields for "x:" and "y:" for both "Current Link" and "Edit Link".
- Move:** Fields for "dx:" and "dy:" for both "Current Link" and "Edit Link".
- Edit Link:** Buttons for "ENTER", "OVERWRITE", "LINK TO EDIT", and "DELETE".
- Current Link:** Buttons for "FULL CONNECTION" and "SHORTCUT CONNECTION".

At the bottom of the window are buttons for "CREATE NET", "DONE", and "CANCEL".

Figura A.4: Panel “Bignet” de SNNS



### A.2.3 OPCIÓN “INFO”

La opción “Info” permite la conexión de las neuronas de la red y la selección de las funciones de activación y salida de las dichas neuronas (figura A.5).

Los pasos a seguir se describen a continuación:

- Mediante el panel “Info” se unen las neuronas de entrada con las de la capa intermedia, y éstas, con la capa de salida mediante la opción “set”.
- A través del desplegable “option” se selecciona las funciones de activación y las funciones de salida para cada una de las neuronas.

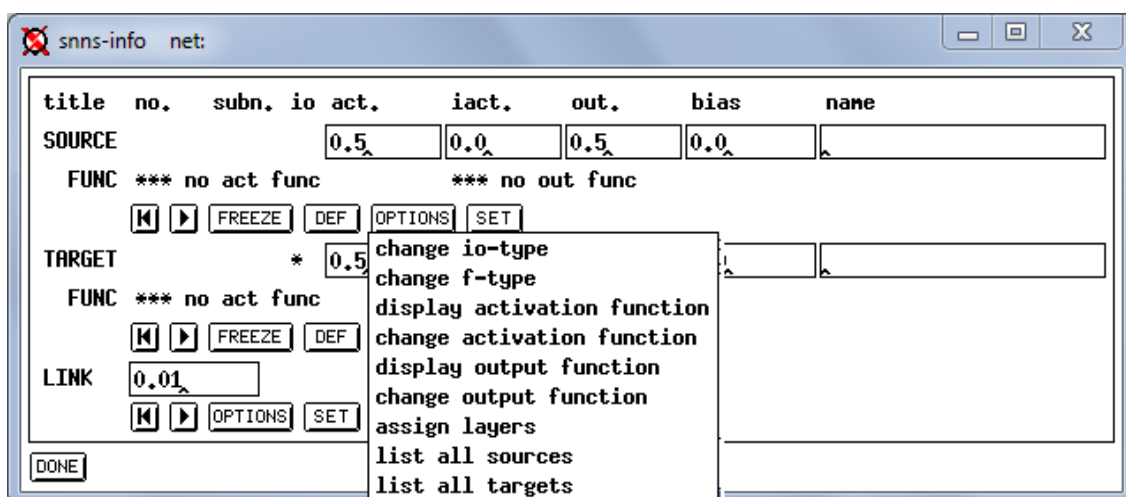


Figura A.5: Panel “Info” de SNNS

### A.2.4 OPCIÓN “CONTROL”

El panel “Control” (ver figura A.6) permite realizar el entrenamiento de las redes neuronales donde:

- Init es utilizado para inicializar el valor de los pesos y con ello el entrenamiento de la red.
- All es el comando utilizado para entrenar todas las parejas de patrones como conjunto.

- Stop es empleado para la detención del entrenamiento en cualquier instante deseado.
- Valid este parámetro se empleará para la validación de la red una vez entrenada. Hay que tener en cuenta, que con esta opción, el programa propaga los patrones reservados para la validación, pero sin modificar los pesos de la red ante las salidas producidas por estos patrones.
- Cycles es el número de ciclos que se entrenará la red.
- Learn update hace referencia al factor de aprendizaje de la red.
- Sel. Func. En esta opción, se escogerá la función de aprendizaje necesaria para el entrenamiento del conjunto.
- Shuffle es el comando que seleccionará los patrones de aprendizaje de una forma aleatoria.

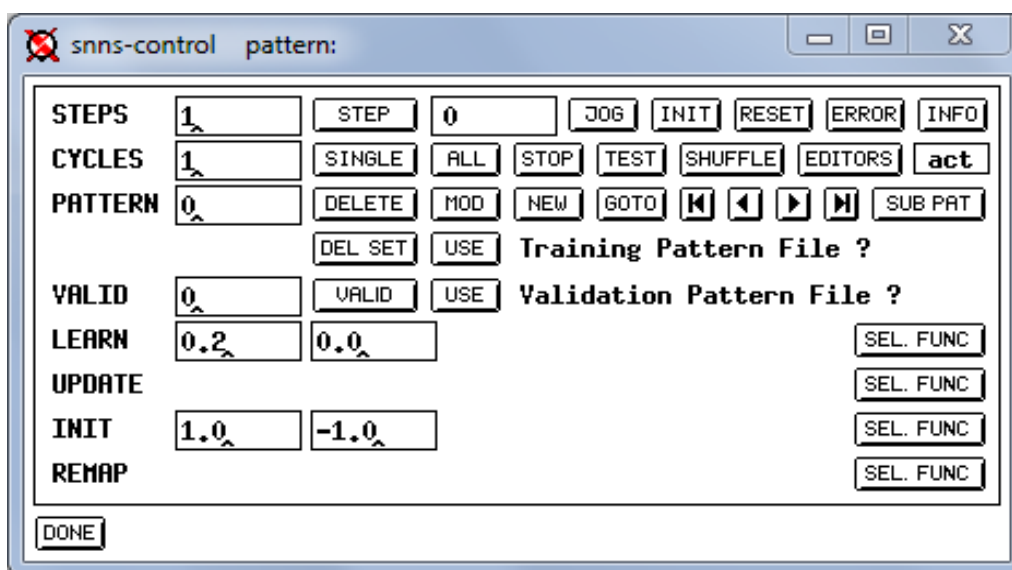


Figura A.6: Panel de control de SNNS

### A.2.5 OPCIÓN “GRAPH”

La opción “Graph” es una herramienta para visualizar el error desarrollado durante el aprendizaje (ver figura A.7). Cuando la curva del error alcanza el extremo derecho de la ventana, se produce un reescalado automático del eje de abscisas. Sin embargo, tiene

como inconveniente que el máximo número de ciclos que puede representar en una misma ventana son  $1.10^6$ , con lo que a lo largo del proyecto se ha recurrido a las hojas de cálculo para la representación de gráficas.

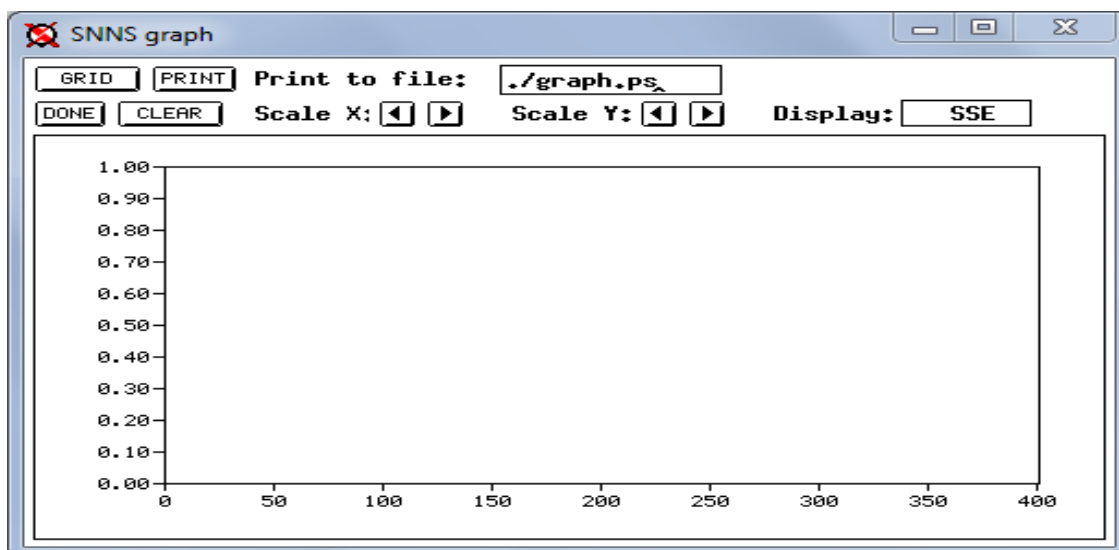


Figura A.7: Panel gráfico de SNNS

### A.2.6 OPCIÓN "ANALYZER"

La opción "Analyzer" es una herramienta muy útil. En este proyecto fin de carrera se va a utilizar para medir la diferencia, en valor absoluto, entre los valores de salida deseados y los calculados por la red neuronal.

La diferencia de error es obtenida de dos formas distintas; por un lado, se puede ver la diferencia de error mediante la gráfica que ofrece la opción "Analyzer", como se muestra en la figura A.8.

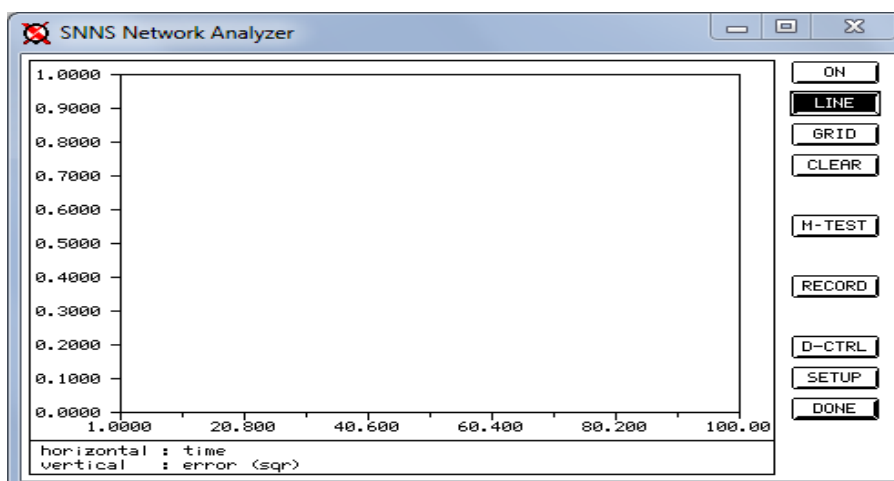


Figura A.8: Panel gráfico de la opción “analyzer” de SNNS

Por otro lado, dichos valores serán grabados en un archivo de texto, cuyo nombre será especificado previamente.

Mediante el panel de control de la herramienta “Analyzer” (ver figura A.9), se deberá proceder de la siguiente forma:

- Activar  $|T - E|$ , para representar el valor del error frente al tiempo. Dentro del campo error activar  $|t_j - o_j|$ .
- Indicar el número de la neurona en la que se quiere hacer dicha operación, que corresponderá con la neurona de salida.
- Indicar el número de patrones para los que se quiere realizar dicha operación (*m-test*). Esta cifra corresponderá con el número de patrones de aprendizaje o el número de patrones de validación, según la información que se busque.

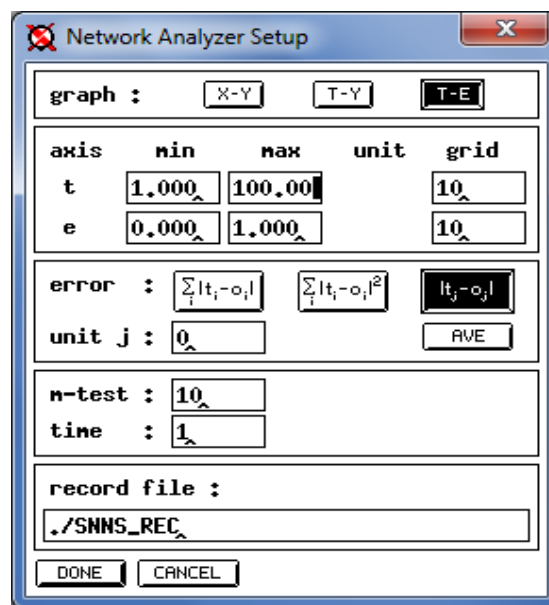


Figura A.9: Panel de control de la herramienta “analyzer”